

# 波浪基本公式

## 1. 連續方程式

非粘性非壓縮理想流體中，若假設除波運動以外無其他運動存在，則可視流體運動為非旋轉運動，具有速度勢。在靜水面上取座標點 0，靜水面內取 x、y 軸，z 軸為垂直向上。若速度勢以  $\Phi(x, y, z; t)$  表示，則 x、y 及 z 方向的流速 u、v 及 w 可以下式表示

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

則連續方程式可以下列 Laplace 方程式表示

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

## 2. 不透水海底面邊界條件

固定不動不透水海底面的地形方程式可以下式表示

$$F(x, y, z) = z + h(x, y) = 0 \quad \text{埃及尼羅河之旅}$$

由於垂直於不透水海底面法線方向的流速必要為零的條件，得不透水海底面上邊界條件為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad : \quad z = -h(x, y) \quad , \quad (n: \text{法線})$$

定常狀態時，因  $DF(x, y, z)/Dt = 0$  得

$$u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + w = 0$$

即

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad : \quad z = -h(x, y)$$

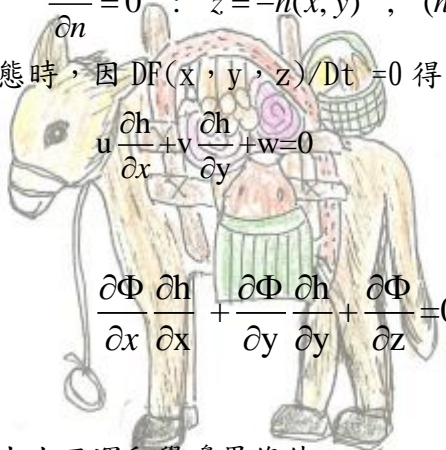
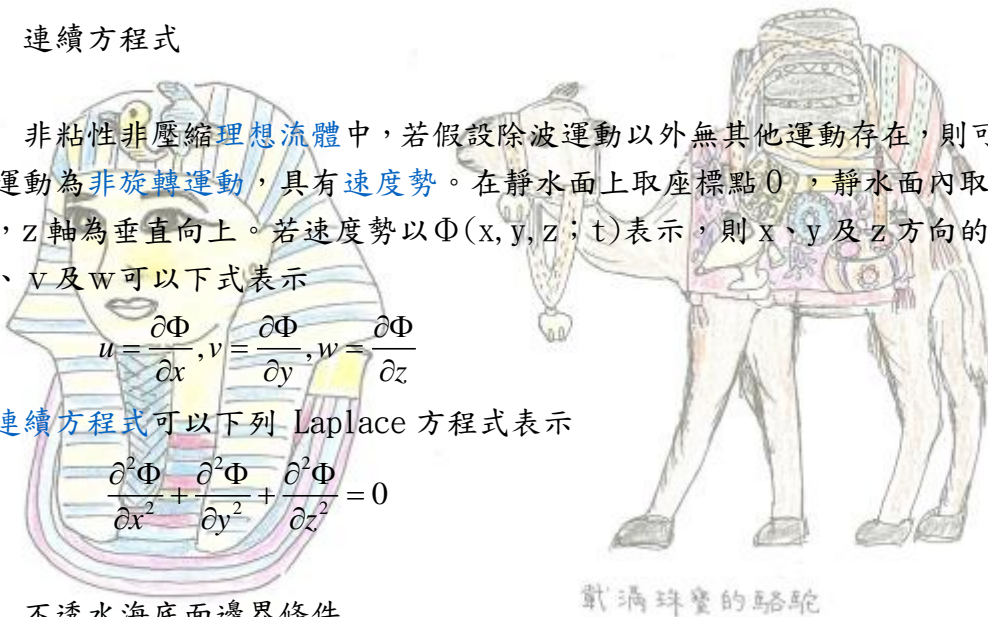
## 3. 自由水面運動學邊界條件

若自由表面方程式以下式表示

$$F(x, y, z; t) = z - \zeta(x, y; t) = 0$$

$\zeta(x, y; t)$  表示靜水面至自由表面的變化，依能量守恆原則

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad , \quad (z = \zeta)$$



得

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} - w = 0, (z = \zeta)$$

即

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, (z = \zeta)$$

上式左邊等於  $D\zeta/Dt$ ，表示水面  $\zeta$  的變動率與表面水粒子垂直流速相等，說明水粒子不會脫離波浪，故上式表示自由水面運動學邊界條件。

#### 4. 自由水面動力學邊界條件

在自由水面，依伯努利定理得下式

$$g\zeta + \Phi_t + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) + \frac{p}{\rho} = 0, (z = \zeta)$$

自由表面上，波運動受一定大氣壓力作用，可將大氣壓力視為零(定值)得

$$g\zeta + \Phi_t + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) = 0, (z = \zeta)$$

上式表示自由水面動力學邊界條件。

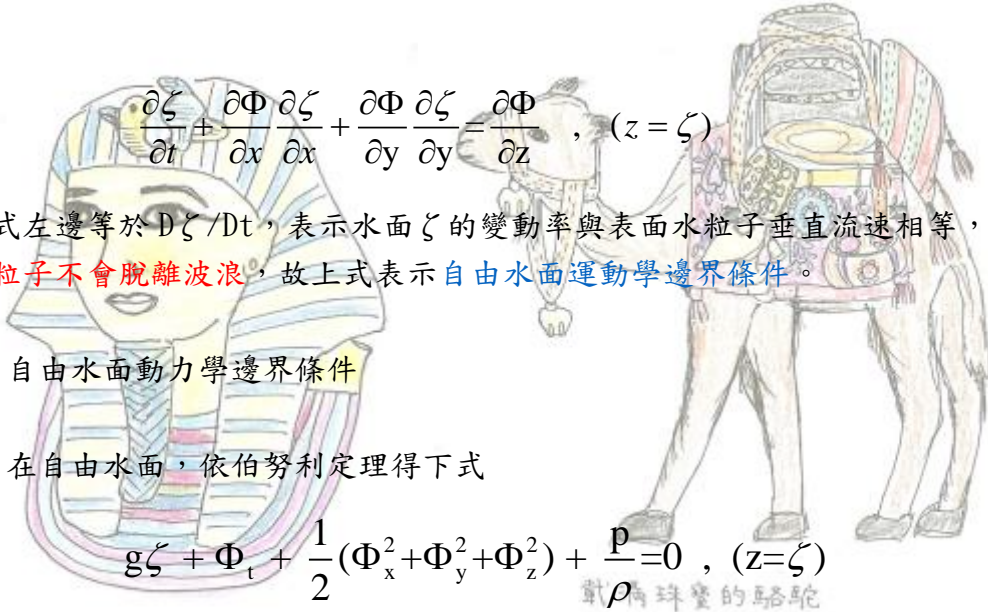
#### 5. 靜水面線形動力邊界條件

#### 6. 靜水面線形運動邊界條件

#### 7. 靜水面線性邊界條件

#### 8. 假想邊界條件

波動方程式相關公式詳如波動方程式。



載有珠寶的駱駝



載滿貨品的驢子  
回海岸水力學



阿拉丁神燈

回分類索引

回海洋工作站