最大極大值

水面變位若可以正弦波的無限和表示，平均水面上某一高度ζ處發生極大值的機率為

$$0 \le \zeta < +\infty$$
$$\partial \zeta / \partial t = 0$$
$$\partial^2 \zeta / \partial^2 t < 0$$

等 3 個條件同時出現時的機率。依 Cartwright 及 Longuet-Higgins 得

$$p(\zeta/\sqrt{E})=$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left\{\varepsilon \exp\left[\frac{1}{2\varepsilon^2}(\zeta/\sqrt{E})^2\right]+(1-\varepsilon^2)^{1/2}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{E}}\right)\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{E}}\right)^2\right]\int_{-\infty}^{\frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\varepsilon}\frac{\zeta}{\sqrt{E}}}\exp\left(-\frac{1}{2}X^2\right)dx\right\} \tag{1}$$

E 為下式所示能量，ε^2為波譜寬度。

2011 埃及尼羅河之旅

$$E=\overline{\zeta^2} \approx \frac{1}{2N}\sum_{m=0}^{2N-1}\zeta_m{}^2 \approx \sum 2|C_k|^2 \approx \sum w_1(f)\,df$$

$\varepsilon=0$時，ζ的極大值只存在於正側，線性理論成立範圍內，由於波形上下對稱，ζ的最大值為振幅，其 2 倍為波高 H，其機率分布為

$$p\left(\frac{H}{2\sqrt{2E}}\right)=\frac{H}{2\sqrt{2E}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{H}{2\sqrt{2E}}\right)^2\right\}$$

上式稱為 Rayliegh 分布。$\varepsilon \ne 0$時的波高分布，目前尚無理論解。

比某ς'更大的極大值的出現機率$q\left(\zeta'/\sqrt{E}\right)$為，將(1)式對大於$\zeta'$的範圍加以積分即可求得，為方便起見將$\zeta'/\sqrt{E}$以$\varsigma'$取代，則

$$q(\zeta') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\{\int_{\zeta'/\varepsilon}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)dx$$

(2)

$$+(1-\varepsilon^2)^{1/2}\ \exp\left(-\frac{1}{2}\zeta'\right)\int_{-\infty}^{\zeta\frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\varepsilon}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)dx\}$$

從波形時間記錄的一部分中，取出 N 個極大值決定其中的最大值，若重複若干次時，可求得最容易出現的最大值$\bar{\zeta}_{max}$如下。

在某次取樣中的任意值，不超過某值 r 的機率由(2)式可知應為$1-q(r)$，N 個均為不超過 r 的機率為$1-[1-q(r)]^N$，所以至少 1 個超過 r 的機率為$[1-q(r)]^N$。

最大極大值$\bar{\zeta}_{max}$在(r，r+dr)間的機率為至少 1 個超過 r 的機率減去至少 1 個超過$r+dr$的機率，即

$$\left\{1-[1-q(r)]^N\right\}-\left\{[1-q(r)]^N+d(1-[1-q(r)]^N)\right\}$$

$$=-d\left(1-[1-q(r)]^N\right)=d[1-q(r)]^N$$

將上述取樣重複數次得ζ_{max}的平均值$\bar{\zeta}_{max}$如下

$$\bar{\zeta}_{max}=E[\zeta_{max}]=\int_{-\infty}^{+\infty}\zeta d[1-q(r)]^N$$

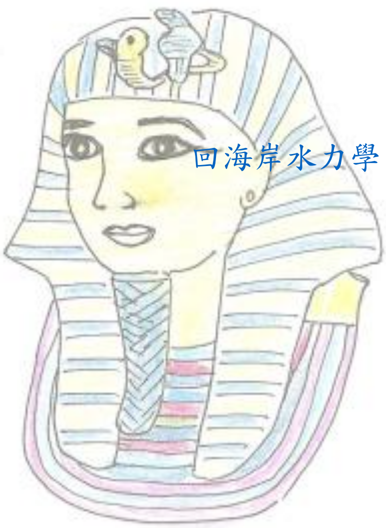
當 N 的個數極多，ε不趨近於 1 時，上式可近似為

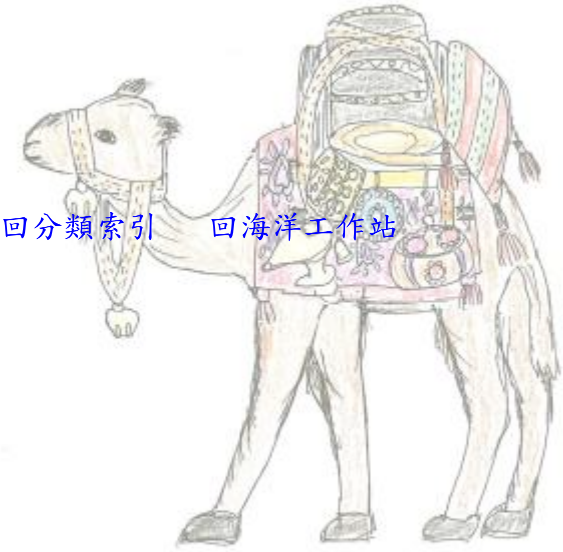
$$\frac{\bar{\zeta}_{max}/\sqrt{E}}{(2-\varepsilon^2)^{1/2}} \approx \frac{\left[\ln(1-\varepsilon^2)^{1/2}N+\gamma\left[\ln(1-\varepsilon^2)^{1/2}N\right]^{-1/2}/2\right]}{(1-\varepsilon^2/2)^{1/2}}$$

γ=0.5772⋯(Euler 常數)。

$\varepsilon \to 0$時，$\bar{\zeta}_{max}=H_{max}/2$，得

$$\frac{H_{max}}{2\sqrt{2E}} \approx [\ln N]^{1/2} + \frac{\gamma}{2}[\ln N]^{-1/2}$$





回海岸水力學　回分類索引　回海洋工作站

載滿珠寶的駱駝

2011 埃及尼羅河之旅

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈