1/n 最大值

水面變位若可以正弦波的無限和表示，平均水面上某一高度ζ處發生極大值的機率為

$$0 \le \zeta < +\infty$$
$$\partial\zeta / \partial t = 0$$
$$\partial^2\zeta / \partial^2 t < 0$$

等 3 個條件同時出現時的機率。依 Cartwright 及 Longuet-Higgins 得

$$p(\zeta/\sqrt{E})=$$
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left\{\varepsilon\exp\left[\frac{1}{2\varepsilon^2}(\zeta/\sqrt{E})^2\right]+(1-\varepsilon^2)^{1/2}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{E}}\right)\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{E}}\right)^2\right]\int_{-\infty}^{\frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\varepsilon}\frac{\zeta}{\sqrt{E}}}\exp\left(-\frac{1}{2}X^2\right)dx\right\}$$

(1)

E 為下式所示能量，ε^2 為波譜寬度。

$$E = \overline{\zeta^2} \approx \frac{1}{2N}\sum_{m=0}^{2N-1}\zeta_m{}^2 \approx \sum 2|C_k|^2 \approx \sum w_1(f)\,df$$

$\varepsilon = 0$ 時，ζ 的極大值只存在於正側，線性理論成立範圍內，由於波形上下對稱，ζ 的最大值為振幅，其 2 倍為波高 H，其機率分布為

$$p\left(\frac{H}{2\sqrt{2E}}\right) = \frac{H}{2\sqrt{2E}}\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{H}{2\sqrt{2E}}\right)^2\right\}$$

上式稱為 Rayliegh 分布。$\varepsilon \ne 0$ 時的波高分布，目前尚無理論解。

比某ς'更大的極大值的出現機率$q\left(\zeta'/\sqrt{E}\right)$為，將(1)式對大於$\zeta'$的範圍加以積分即可求得，為方便起見將$\zeta'/\sqrt{E}$以$\varsigma'$取代，則

$$q(\zeta') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\{\int_{\zeta'/\varepsilon}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)dx$$

$$+(1-\varepsilon^2)^{1/2}\exp\left(-\frac{1}{2}\zeta'\right)\int_{-\infty}^{\zeta\frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\varepsilon}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)dx\} \tag{2}$$

所謂 1/n 最大值$\zeta^{(1/n)}$者為，超過某一ς'值的機率為 1/n 時的全部ζ的平均值，即

$$\zeta^{(1/n)} = \frac{1}{1/n}\int_{\zeta'}^{\infty} p(\zeta)\,\zeta\,d\zeta$$

積分下限ς'為

$$\frac{1}{n} = \int_{\zeta'}^{\infty} p(\zeta)\,d\zeta$$

通常$\zeta^{(1/n)}$隨波譜寬度ε而變，當$\varepsilon=0$時，因波高為振幅的 2 倍，得

$$H_{1/10} = 5.09\sqrt{E}$$

$$H_{1/3} = 4.00\sqrt{E}$$

$$\overline{H} = 2.51\sqrt{E}$$

對任意 n

$$H_{1/n} = 2\sqrt{2\ln n} + 2n\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} - 2\int_0^{\sqrt{\ln n}} \exp(-\theta^2)\,d\theta\right]$$

回海岸水力學　回分類索引　回海洋工作站