

二维数值造波水槽不规则波之数值研究

石瑞祥 周宗仁 尹 彰

摘 要 利用边界元素法所建立数值造波水槽探讨不规则波浪之造波与传递问题,以 Lagrange 法描述水粒子之运动并利用前进差分处理时间项之微分项。水槽一端为活塞推拉式造波板,运动方式以 Mitsuyasu-Bretschneider 之波谱造波,另一侧设有一段消波区以减少计算结果受波浪反射之影响。水面上选定若干个测点量取水位变化之历时,利用波谱分析水面上各测点之波谱并与原入射波波谱比较来探讨本模式之准确性。

关键词 边界元素法,消能透水层,不规则波,波谱分析。

Numerical Study on a Two Dimensional Numerical Wave Tank with Its Application in the Generation and Propagation of Irregular Waves

Abstract Modeling of the generation and their subsequent propagation of irregular waves in a numerical wave tank are considered. The waves was generated by a piston-type wave generator with a spectrum of Mitsuyasu-Bretschneider type. An absorbing beach is employed at the other end of the flume to minimize reflections. A number of wave gauges were placed in pre-selected locations along the tank to monitor the developments. Satisfactory results can be obtained by comparing the spectra of these measuring stations with the target.

Key words boundary element method, absorbing beach, irregular waves, spectra analysis.

0 引言

对于数值造水槽之研究,早期 Madsen^[1]利用线性造波控制方程式以虚拟之活塞推拉式造波机探讨波浪于水槽中之传递等问题,但仅适用于极小的波浪如微小振幅波等。Johnson^[2]利用 Korteweg-de Vries 方程式之变化系数解析孤立波于等深水槽通过没水平台或沙洲时波形之变化。Nakayama^[3]及 Sugino^[4]等分别以非线性边界初值条件应用边界元素法解析非线性波浪及孤立坡问题。本文作者周与石(1996)^[5]利用 Lagrangian 法描述流体运动之方式,配合时间差分之观念以边界元素法仿真孤立波及有限振幅波之造波、传递与波形之变化。

由于实际海面上之波浪均为不规则波,故近年来许多专家学者均致力于开发非线性不规则波造波水槽之研究。Xu & Baddour^[6]以所谓 Green-Naghdi fluid sheets 定理重新探讨非线性不规则波之造波仿真等问题。Chou(2001)^[7]等以边界元素法建立的二维数值造波水槽利用 Mitsuyasu-Bre-

tchneider 波谱为造波控制条件仿真非线性不规则之造波与传递。本文并将进一步将模式改进应用在仿真不规则波之造波问题上。

1 理论分析与模式之建立

1.1 控制方程式

如图 1 所示之数值造波水槽, x 轴以水平向右为正, z 轴以垂直向上为正,水槽之一侧等水深处设一虚拟活塞推拉式造波机边界面 Γ_1 , 与由自由水面 Γ_2 、垂直岸壁 Γ_3 及不透水底面 Γ_4 形成一封闭之领域,领域内流体假定为非粘性、非压缩性之理想流体,当波浪自造波板往岸壁之方向推进时,领域内之流体运动存有一速度势 $\Phi(x, z, t)$, 此速度势应满足下列 Laplace 连续方程式

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

在自由水面上 Γ_1 , 依动力学及运动学边界条件

2003 年 5 月 10 号收到。

石瑞祥 (Shi Ruixiang), 周宗仁 (Zhuo Zongren), 尹彰 (Yin Zhang), 台湾海洋大学。

可得到下列之关系式:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (2)$$

$$w = \frac{dz}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} + g\zeta - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{P}{\rho} = 0 \quad (4)$$

其中, d 表全微分, g 为重力加速度, ρ 为水之密度, ζ 为水面变动之波形, P 为水面上之压力。

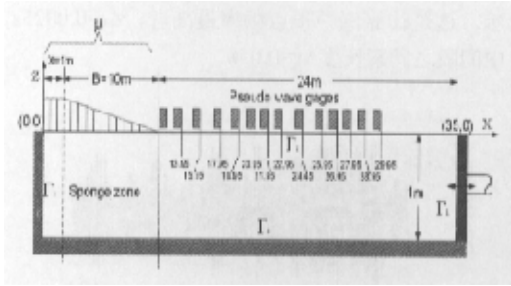


图 1 造波水槽示意图($\Delta x=0.05, \Delta t=0.0025$)

Fig. 1 Definition sketch for cases $\Delta x=0.05, \Delta t=0.0025$

1.2 边界条件

由于垂直岸壁 Γ_3 、海底面 Γ_4 及潜堤 Γ_5 均假定为不透水, 故其法线方向之流速于任何时刻均为 0

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0, \quad \text{在 } \Gamma_3 \text{ 与 } \Gamma_4 \text{ 边界上} \quad (5)$$

虚拟造波边界面 Γ_1 上, 由于水分子之运动与造波板之运动须连续, 故

$$\bar{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = -U(t) \quad (6)$$

1.3 虚拟消波透水层

由于领域之范围均为有限值, 为避免造波过程中受波浪反射之影响, 本文采用消波海滩或消波透水层之观念, 考虑消波区与水槽间速度势之连续性, 将虚拟消波透水层分为消能渐变区(消能系数 μ 值渐变)与等值区(消能系数 μ 定值)。

Cao 等^[8]建议在虚拟消波透水层之水面上引入以 P 为外部之压力之方法, P 之近似值假定为为表面水分子速度法线方向之导函数之比例项

$$P(x, \zeta) = \mu(x) \frac{\partial \Phi}{\partial n}(\zeta(x)) \quad (7)$$

其中, μ_0 为时间函数之消能系数, 随着 x_x-x_b 断面作平滑的变化。Grill^[9]等建议消能系数同时伴随着时间与空间作变化, 即

$$\mu(x, t) = \mu_0(t) \rho \sqrt{gh_b} \left(\frac{x_b - x}{B} \right)^\gamma \quad (8)$$

其中, $B=x_x-x_b$ 为消能渐变区之长度且 $\gamma \geq 1$, 如图 1 所示, 本文之解析过程中均采用 $\gamma=1$, 故消能系数在渐变段呈线性之变化。

1.4 数值方法

依据 Green 第二定理, 领域内任意一点之速度势 $\Phi(x, z, t)$ 可由边界上之速度势 $\Phi(\xi, \eta, t)$ 及其对边界上法线方向之一次导函数 $\frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n}$ 来决定, 即解析领域内任意一点 (x, z) 之速度势可以下列积分方程式表示

$$\Phi(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_r \left\{ \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n} \ln \left(\frac{1}{r} \right) - \Phi(\xi, \eta, t) \frac{\partial}{\partial n} \left[\ln \left(\frac{1}{r} \right) \right] \right\} ds \quad (9)$$

其中, $r = [(\xi-x)^2 + (\eta-z)^2]^{\frac{1}{2}}$ 。当领域内之任意点 (ξ', η') 趋近于平滑之边界面 (ξ, η) 时, 其速度势则可由下列积分方程式表示

$$\Phi(\xi', \eta', t) = \frac{1}{\pi} \int_r \left\{ \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n} \ln \left(\frac{1}{R} \right) - \Phi(\xi, \eta, t) \frac{\partial}{\partial n} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) \right] \right\} ds \quad (10)$$

其中, $R = [(\xi-\xi')^2 + (\eta-\eta')^2]^{\frac{1}{2}}$ 。

为了便于将各边之边界条件代入, 各边界面 $\Gamma_1 \sim \Gamma_4$ 分别以 $N_1 \sim N_4$ 个节点以线形元素离散化后, 可以再化为下列之矩阵形式

$$[\Phi] = [O_j][\bar{\Phi}]; \quad i, j=1 \sim 4 \quad (11)$$

上式之 $[\Phi]$ 及 $[\bar{\Phi}]$ 分别表示边界上之速度势及其法线方向之导函数值, $[O]$ 为与边界几何形状有关之系数矩阵, 详细过程请参阅文献 [10]。

为了检验模式之准确性,元素采用两种不同计算点分割模式来作运算,即分别选用时间间距 $\Delta t = 0.0025\text{ s}$ 及 $\Delta t = 0.005\text{ s}$ 来作仿真。同时为节省计算时间与记忆容量,元素分割采用不等分割法,在前后两端之区段采用较粗糙之分割($\Delta x = 0.10h$)。在主要解析中间区段采用较密之分割($\Delta x = 0.005h$),此两区段间之元素以逐渐增减渐变之方式结合。各边界之元素之分割数如图2所示,但在自由水面上则是分别分割为394及234个元素。

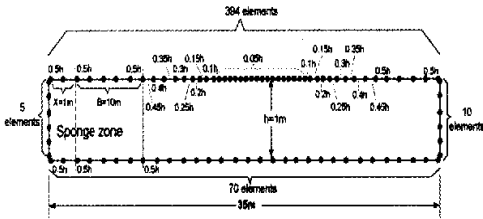


图2 解析领域元素分割定义图

Fig. 2 Discretization scheme ($\Delta x = 0.05$, $\Delta t = 0.0025$)

表1为造波时所用之各项造波条件。于自由水面上设置14个测站以虚拟波高计量测不规则波通过时水面之变化作波谱分析,自造波板端算起分别为第1测站至第14测站。

表1 各计算例之造波条件

Tab. 1 Conditions used for the simulations

Case	示性波高 $H_{1/3}/\text{cm}$	示性波周期 $T_{1/3}/\text{s}$	水面最小元素 $\Delta x/\text{m}$	时间间距 $\Delta t/\text{s}$
I	2.5	0.7	0.05	0.0025
		0.8		
		0.9		
		1.0		
		1.1		
II	2.5	1.1	0.10	0.005
		1.2		
		1.3		
		1.4		

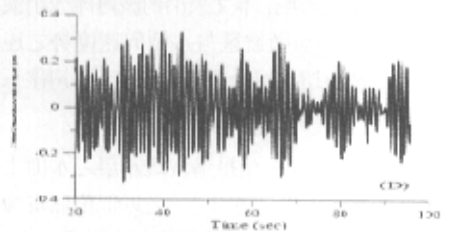
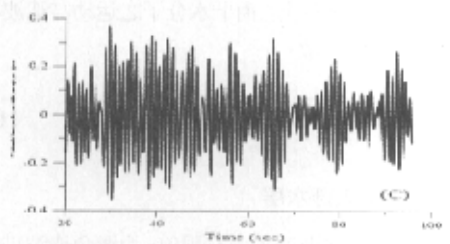
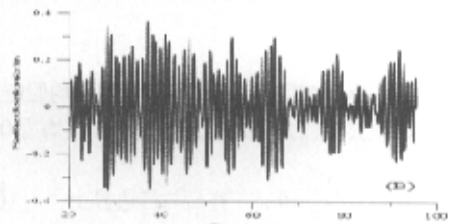
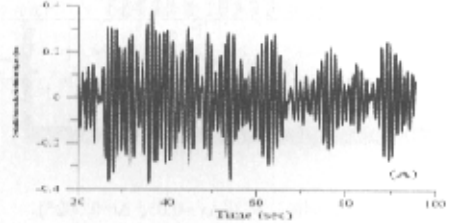
波高计所测之资料分段以波谱分析作初步的检定,找出最佳序列资料笔数,利用Chen&Ma^[11]所提出之方法进行粗谱的平滑修正,降低频谱的偏度,可以大幅增加其频谱评估自由度(DOF)。各子序列并同时引用局部余弦锥形函数以降低边陲泄漏效应之影响。将这些序列分别经由快速傅立叶转换后得到个别的样本粗谱,利用时间领域的时域

分段平均法及频率域的汉宁窗口平滑法进行最后的平滑工作。依据时间差分之间距 Δt 之大小,能量波谱的DOF值变化范围自2变化到68,相对于频率的变化范围为 $\Delta f = 0.00976563\text{ Hz} \sim 0.3125\text{ Hz}$ 。

2 结果分析与讨论

2.1 顶点频率 (peak frequency) 之效应

图3为入射波 $H_{1/3} = 25\text{ mm}$ 、 $T_{1/3} = 0.7\text{ s}$ 时所测得的水面波动水位变化之历时图,图3A~3N分别表示第1测站至第14测站。相对之波谱如图4所示,这是计算例中顶点频率最高者, $\Delta t = 0.0025\text{ s}$,中间段之元素长度 $\Delta x = 0.05h$ 。



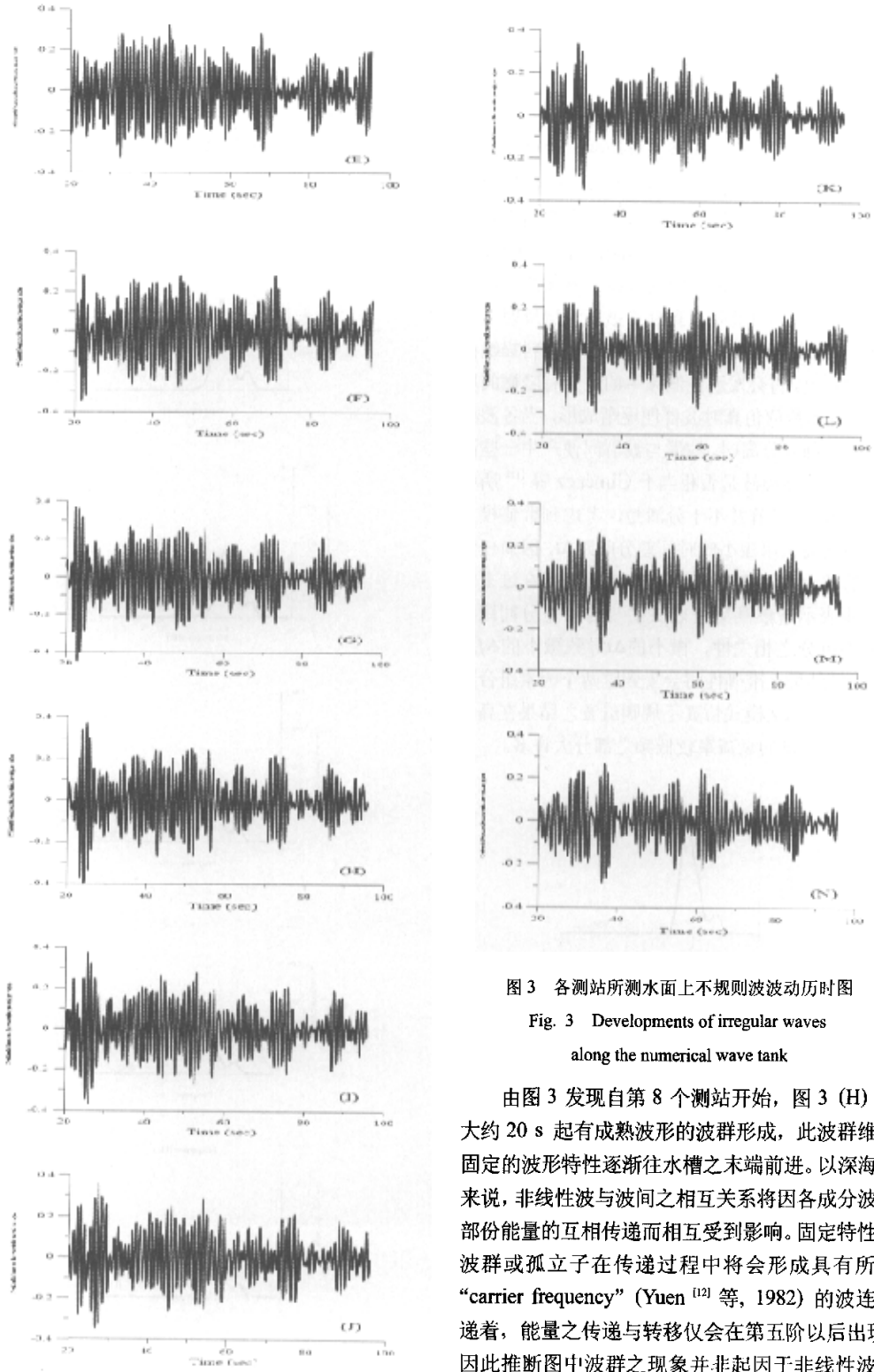


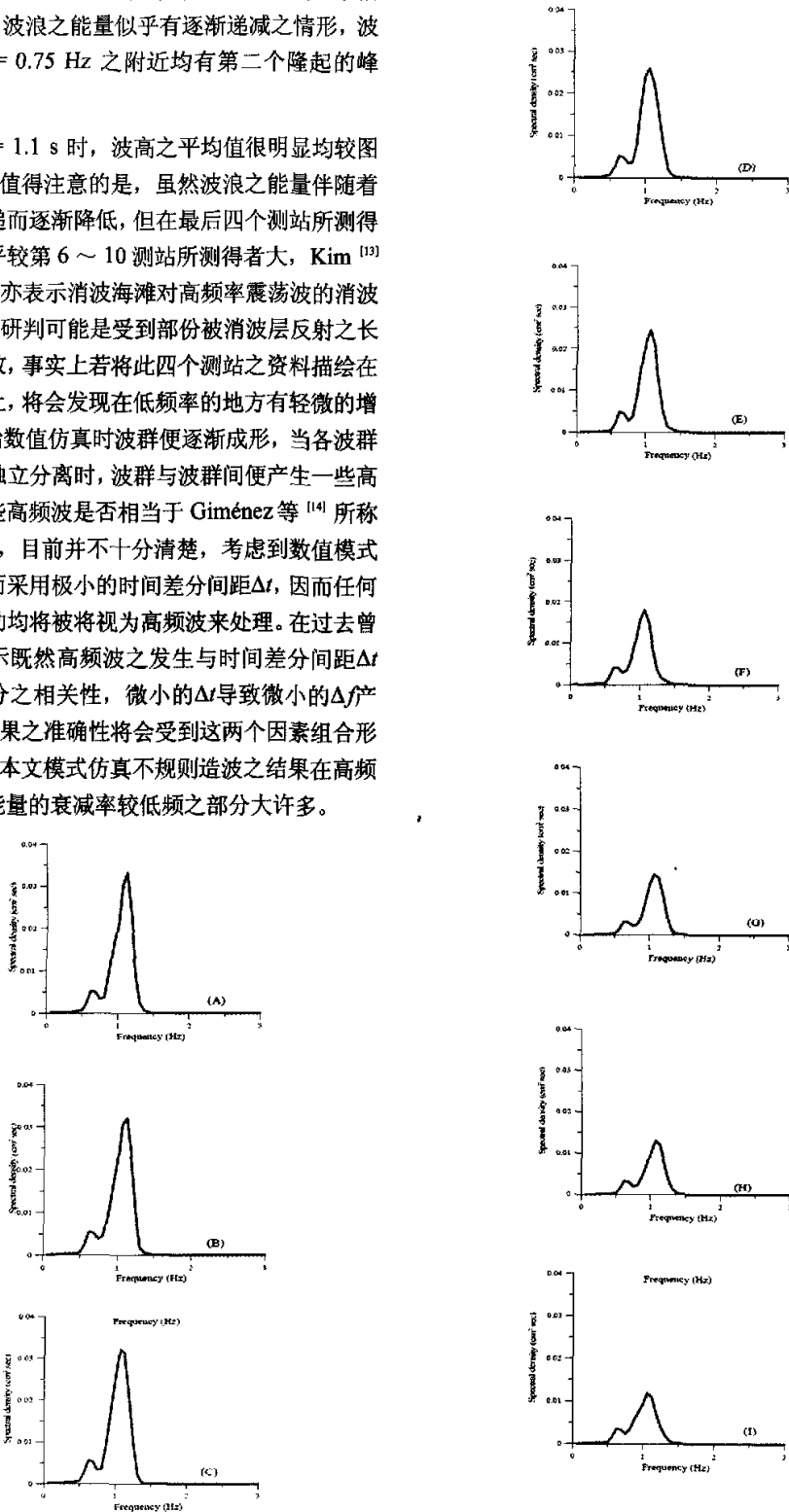
图 3 各测站所测水面上不规则波波动历时图

Fig. 3 Developments of irregular waves along the numerical wave tank

由图 3 发现自第 8 个测站开始, 图 3 (H) 中大约 20 s 起有成熟波形的波群形成, 此波群维持固定的波形特性逐渐往水槽之末端前进。以深海波来说, 非线性波与波间之相互关系将因各成分波间部份能量的互相传递而相互受到影响。固定特性之波群或孤立子在传递过程中将会形成具有所谓“carrier frequency” (Yuen^[12] 等, 1982) 的波连传递着, 能量之传递与转移仅会在第五阶以后出现, 因此推断图中波群之现象并非起因于非线性波与

波间互相影响之结果。图 4 发现当波浪传递至水槽之末端时，波浪之能量似乎有逐渐递减之情形，波谱大约在 $f=0.75$ Hz 之附近均有第二个隆起的峰顶。

当 $T_{1/3} = 1.1$ s 时，波高之平均值很明显均较图 3 中的大。值得注意的是，虽然波浪之能量伴随着波浪之传递而逐渐降低，但在最后四个测站所测得之值则似乎较第 6 ~ 10 测站所测得者大，Kim^[13] 等 (1999) 亦表示消波海滩对高频率震荡波的消波效果较佳，研判可能是受到部份被消波层反射之长波影响所致，事实上若将此四个测站之资料描绘在双对数表上，将会发现在低频率的地方有轻微的增大。在开始数值仿真时波群便逐渐成形，当各波群开始各自独立分离时，波群与波群间便产生一些高频波，这些高频波是否相当于 Giménez 等^[14] 所称的“假波”，目前并不十分清楚，考虑到数值模式稳定因素而采用极小的时间差分间距 Δt ，因而任何微小的波动均将被视为高频波来处理。在过去曾进一步表示既然高频波之发生与时间差分间距 Δt 有密不可分之相关性，微小的 Δt 导致微小的 Δf 产生，预期结果之准确性将会受到这两个因素组合形态之影响。本文模式仿真不规则造波之结果在高频波部分的能量的衰减率较低频之部分大许多。



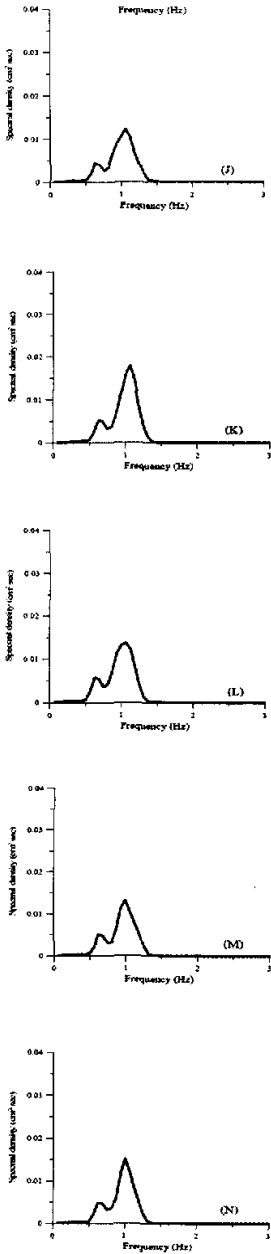


图 4 各测站所测不规则波波谱分析
Fig. 4 Spectra of irregular waves along the numerical wave tank

2.2 系统元素分割法对数值模式之效应

为证明元素之粗糙(Δx 大小)对计算结果之效应,进一步作有义周期 $T_{1/3} = 1.1\text{ s}$ 及 $T_{1/3} = 1.4\text{ s}$ 之造

波。比较图 5 与图 6 发现,有义周期均为 $T_{1/3} = 1.1\text{ s}$,但图 6 ($\Delta x = 0.1h$)所得波数与图 5 ($\Delta x = 0.05h$)有明显的差别。比较图 7 中 $T_{1/3} = 1.1\text{ s}$ 与 $T_{1/3} = 1.4\text{ s}$ 可以发现如同上一节所述“高频波部份的能量的衰减率较低频之部分大”。

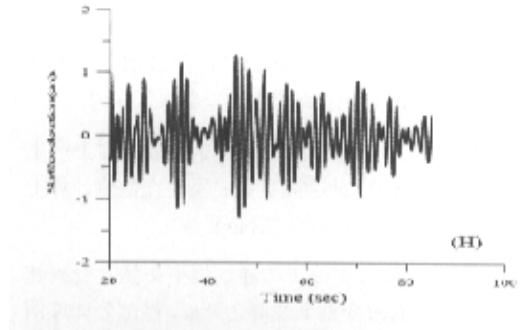


图 5 H 站水面上波动历时图($\Delta x = 0.05h$)

Fig. 5 Developments of wave on station H

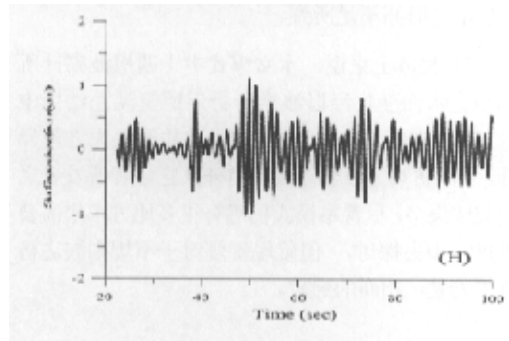


图 6 H 站水面上波动历时图($\Delta x = 0.1h$)

Fig. 6 Developments of wave on station H

本文之水槽长度则固定为 35 m,前 20 m 为非消波区,为波浪形成后之主要传输区,以有义波周期 $T_{1/3} = 1.1\text{ s}$ 来说,换算其示性波长大约为 $\lambda \approx 1.96\text{ m}$,乘以十个波长大约将近 20 m,本文所仿真水槽之解析范围与 Xu & Baddour 等之解析范围雷同,解析时间之范围亦相似。由于 Xu 等引用所谓 Green-Naghdi fluid sheets 定理来探讨非线性不规则波之造波仿真,而本文是直接自由水面上引用流体之一般非线性控制条件来作整体水槽的解析,故就贡献上来说本文之算法应算是一项突破。

3 结论

本模式以边界元素法仿真随机波之造波与传递问题得到下列之结果:

1) 无论周期长短如何, 波浪传递至水槽末端时, 因设有消波区, 故其能量谱显示波浪之能量确有逐渐消减之现象, 长周期成分波之能量较不易消减, 符合波浪之特性。

2) 由于长周期成分波之能量较不易消减, 部分能量将反射回入射波之方向, 此现象可解释为何位于末端四根波高计所测得之能量波谱非但不降反升高, 然真正原因尚有待进一步深入探讨。

3) 因计算之时间间距相当小, 故水面上产生许多所谓的虚波, 此类高频波之发生在数值计算上对整体之稳定性有其存在的必要性。

4) 虽然实际波浪于传递过程中必然会受到邻近波之影响而改变整个波群之外形, 然部分计算例出现整个波群于传递过程并无明显之波形变化之现象, 此系因整个仿真过程时间过短, 波浪能量相互影响之时间不足所致。

5) 整体上来说, 本文模式中十四根波高计所测得之水面变化经以波谱分析后所呈现之结果中可以看出实际上与入射波之波谱并无太大之差异性, 且所仿真之波数亦较国内外其它学者所发表之研究成果多, 尽管本模式仍然有很多地方未来需要再进一步去探讨, 但就现阶段对于不规则波之仿真上乃是一项新的突破。

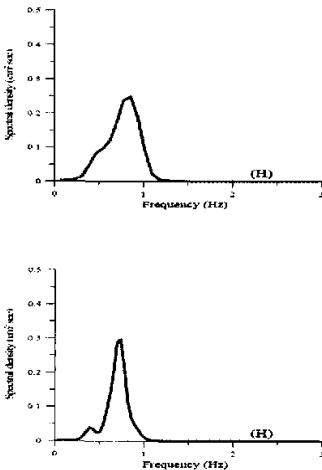


图7 H 测站所测不规则波波谱分析

Fig. 7 Spectra of irregular waves on station H

参考文献

- 1 Madsen O S. Wave generation by a piston type wavemaker. Proc 12th International Conf. Coastal Engng. Washington, ASCE, New York, 1970,589-607
- 2 Johnson R S. Some numerical solutions of a variable-coefficient Korteweg-de Vries equation (with applications to solitary wave development of a shelf). J Fluid Mech, 1972, (54): 81-91
- 3 Nakayama T. Boundary element analysis of nonlinear water wave problem. Int'l J for Numerical Method in Engineering, 1983, (19): 953-970
- 4 Sugino R, N Tosaka. Boundary element analysis of nonlinear water wave problem. Proc of the Pacific Congress on Marine Science and Technology, PACON 90,1990,18-25
- 5 Chou C R, R S Shih. Generation and deformation of solitary waves. China Ocean Engineering, 1996,10 (4): 419-432
- 6 Xu Q, Baddour R E. Modeling nonlinear irregular waves in a numerical basin. Int'l Workshop on Natural Disaster by Storm Waves and Their Reproduction in Experimental Basin, (Wave Generation '99), Kyoto, 1999,151-159
- 7 Chou C R, Shih R S, Yim J Z. A numerical wave tank for nonlinear waves with passive absorption. China Ocean Engineering, 2001, (15): 253-268
- 8 Cao Y, Beck R F, Schultz W W. An absorbing beach for numerical simulations of nonlinear waves in a wave tank. Proc 8th Int'l Workshop Water waves and Floating Bodies, 1993,17-20
- 9 Grilli S T, Horrillo J. Numerical generation and absorption of fully nonlinear periodic waves. J Eng Mech, ASCE, 1997, (123): 1060-1069
- 10 Chou C R, Shih R S. Numerical generation and propagation of periodical waves in time domain. Coastal Engineering in Japan, 1996,39 (2): 111-127
- 11 Chen S J, Ma G R. Methods of oceanographic data analyses and their applications. Ocean Publication Co, Beijing, 1991,660 (in Chinese). Bendat J S, A G Piersol. Random data. Analysis and Measurement procedures. New York, John Wiley, 1986,566
- 12 Yuen H C, Lake B M. Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves. Adv Appl Mech, 1982, (22): 67-229.
- 13 Kim C H, Clément A H, Tanizawa A H. Recent research and development of numerical wave tanks - a review. Int'l J Offshore & Polar Eng, 1999, (9): 241-256
- 14 Giménez M H, Sánchez-Carratalá C R, Medina J R. Analysis of false waves in numerical sea simulations. Ocean Engng, 1994, (21): 751-764