

水底および水面付近の任意断面の固定柱状体
による波の散乱と波力WAVE FORCES AND SCATTERING BY SUBMERGED OR
SEMI-IMMERSED CYLINDER OF ARBITRARY SHAPE井島 武士*・湯村 やす**・周 宗仁***・吉田 明德***
By Takeshi Ijima, Yasu Yumura, C.R. Chou, Akinori Yoshida

1. はしがき

本論文は任意の断面形をもつ柱状体が、水深一定の海底または海面に全没水または半没水の状態で鉛直に固定されているとき、一定周波数の正弦波が入射することによって生ずる波の散乱と柱状体に作用する流体力を解析的に求める方法について述べるものである。

水面または水底に固定された矩形物体による波の散乱の2次元問題は Newman (1965)¹⁾, Mei & Black (1969)²⁾ により積分方程式を解く方法あるいは変分法により解析されており、著者 (1971)^{3), 4)} は矩形断面の潜堤に対する2次元問題として速度ポテンシャルの接続法により解析した。また円柱状物体に関する問題は Black-Mei-Bray⁵⁾ および Garrett⁶⁾ によりそれぞれ変分法およびポテンシャル接続法による計算が行われ、著者^{7), 8)} はそれらの物体が波によって運動を行う場合についても解析した。しかし、柱状体が任意の断面形をもつ3次元問題についてはまだ具体的な解析例を見ない。

著者 (1971)⁹⁾ は透過性防波堤による波の変形に関する2次元問題を速度ポテンシャルの接続法により解析し、任意形状の防波堤に対する3次元問題については、Green 関数を用いることにより解析する方法を見出し、計算例を発表した¹⁰⁾。同様の方法により任意形状の水底または水面の柱状体についても解析されるので、ここでその方法と計算例を示すことにする。

ここでは代表的な例として、円、楕円、および矩形の柱状体について、それらに作用する流体力と周辺の波高分布の計算結果を示すことにする。これらの問題は海洋構造物に対する波の作用を推定する工学的問題に関連すると考えられる。

なお、本文に述べる解析法は原理的には前論文¹⁰⁾と同様であるから、重複をさけるために記述を省略した点もあるので、詳細については前論文¹⁰⁾を参照されたい。

2. 解析 1 (水底の固定柱状体)

水深が一定で h の海底に任意断面形の柱状体が固定され、その上面は水平で静水面から qh ($1 \geq q > 0$) の深さにあるとし、一定周波数 $\sigma (=2\pi/T; T$ は周期) の正弦波が入射する場合を考える。

(1) 仮 定

Fig. 1 に示すように、静水面に原点 O 、水平面内に x, y 軸、鉛直上方に z 軸をとる、柱状体の断面形は $x-y$ 平面内の閉曲線 D により表わされるとする。流体域を D の外域 I と D の内域 II に分け、流体運動を非圧縮性完全流体における無渦運動と仮定すると $\phi(x, y, z)e^{-i\sigma t}$ の形

の速度ポテンシャルが存在し、 $\phi(x, y, z)$ は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots \dots \dots (2.1)$$

(2) 関数 $\phi(x, y, z)$ の表示

外域 I と内域 II に対する $\phi(x, y, z)$ をそれぞれ ϕ_1

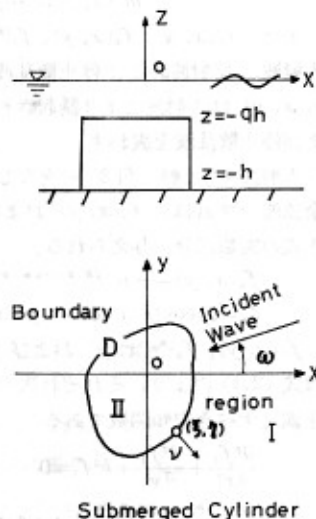


Fig. 1

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学教室
** 九州大学助手 工学部水工土木学教室
*** 学生会員 工修 九州大学大学院博士課程

(x, y, z) および $\phi_s(x, y, z)$ とし、微小運動を仮定すると自由表面と水底条件はそれぞれ次のようである。

外域 I では
 $z=0$ で $\partial\phi_1/\partial z = \sigma^2\phi_1/g$; $z=-h$ で $\partial\phi_1/\partial z = 0$ (2.2)

内域 II では
 $z=0$ で $\partial\phi_2/\partial z = \sigma^2\phi_2/g$; $z=-qh$ で $\partial\phi_2/\partial z = 0$ (2.3)

これらの条件を満足する式 (2.1) の一般解として ϕ_1 と ϕ_2 は次のように表わされる。

$$\phi_1(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[\{f_0(x, y) + f_1(x, y)\} \frac{\cosh k(x+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(x+h)}{\cos k_n h} \right] \dots\dots\dots(2.4)$$

$$\phi_2(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[g_1(x, y) \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} + \sum_{m=1}^{\infty} g_2^{(m)}(x, y) \frac{\cos k_m'(z+qh)}{\cos k_m'qh} \right] \dots\dots\dots(2.5)$$

ここで g は重力の加速度, ζ_0 は入射波の振幅, k, k_n および k', k_m' はそれぞれ次式の根である。

$$kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h = \sigma^2 h/g \quad (n=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots(2.6)$$

$$k'qh \tanh k'qh = -k_m' qh \tan k_m' qh = \sigma^2 qh/g \quad (m=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots(2.7)$$

また, $f_0(x, y), f_1(x, y), f_2^{(n)}(x, y)$ は外域 I での入射波, 反射波および停止散乱波を表わし, $g_1(x, y), g_2(x, y)$ は入射波により誘起される内域 II での進行および停止散乱波を表わす。

入射波を x 軸と角度 ω をなして接近する振幅 ζ_0 の余弦波とすれば, $f_0(x, y)$ および波形 ζ_i はそれぞれ次式の実数部分で与えられる。

$$f_0(x, y) = -ie^{-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)} \dots\dots\dots(2.8)$$

$$\zeta_i = \zeta_0 \cos \{k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t\} \dots\dots\dots(2.9)$$

$f_1(x, y), f_2^{(n)}(x, y)$ および $g_1(x, y), g_2^{(m)}(x, y)$ は式 (2.1) により, それぞれ次の Helmholtz の方程式を満足すべき未知関数である。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 &= 0 \\ \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial y^2} - k_n^2 f_2^{(n)} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 g_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_1}{\partial y^2} + k'^2 g_1 &= 0 \\ \frac{\partial^2 g_2^{(m)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_2^{(m)}}{\partial y^2} - k_m'^2 g_2^{(m)} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.11)$$

(3) Green 関数による $f_1, f_2^{(n)}$ および $g_1, g_2^{(m)}$ の表示

外域と内域の境界線 D 上の点を (ξ, η) , D 以外の任

意点を (x, y) で表わし, 距離 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ を用い, $r \rightarrow 0$ で $\log r$ の order の特異性を持ち, $r \rightarrow \infty$ で Sommerfeld の radiation condition を満足する式 (2.10), (2.11) の特解を Green 関数とし, f_1, g_1 に対して $-iH_0^{(1)}(kr)/2$ および $-iH_0^{(1)}(k'r)/2$, $f_2^{(n)}, g_2^{(m)}$ に対して $-K_0(k_n r)/\pi$ および $-K_0(k_m' r)/\pi$ を取ると, 外域の任意点 (x, y) における f_1 と $f_2^{(n)}$ および内域の点 (x, y) における g_1 と $g_2^{(m)}$ の値はそれぞれ境界線 D 上の値 $f_1(\xi, \eta), f_2^{(n)}(\xi, \eta), g_1(\xi, \eta)$ および $g_2^{(m)}(\xi, \eta)$ と D に対する法線方向の勾配 $\partial f_1(\xi, \eta)/\partial \nu, \partial f_2^{(n)}(\xi, \eta)/\partial \nu, \partial g_1(\xi, \eta)/\partial \nu$ および $\partial g_2^{(m)}(\xi, \eta)/\partial \nu$ により次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y) &= -\frac{1}{2} \int_D \left[f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right) - \left(-\frac{i}{2} k H_0^{(1)}(kr) \right) \bar{f}_1(\xi, \eta) \right] ds \\ f_2^{(n)}(x, y) &= -\frac{1}{2} \int_D \left[f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_n r)}{\pi} \right) - \left(-\frac{k K_0(k_n r)}{\pi} \right) \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.12)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1(x, y) &= \frac{1}{2} \int_D \left[g_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k'r) \right) - \left(-\frac{i}{2} k' H_0^{(1)}(k'r) \right) \bar{g}_1(\xi, \eta) \right] ds \\ g_2^{(m)}(x, y) &= \frac{1}{2} \int_D \left[g_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_m' r)}{\pi} \right) - \left(-\frac{k' K_0(k_m' r)}{\pi} \right) \bar{g}_2^{(m)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.13)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(\xi, \eta) &= \frac{\partial f_1(\xi, \eta)}{k \partial \nu}, \quad \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) = \frac{\partial f_2^{(n)}(\xi, \eta)}{k \partial \nu} \\ \bar{g}_1(\xi, \eta) &= \frac{\partial g_1(\xi, \eta)}{k' \partial \nu}, \quad \bar{g}_2^{(m)}(\xi, \eta) = \frac{\partial g_2^{(m)}(\xi, \eta)}{k' \partial \nu} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.14)$$

また $H_0^{(1)}, K_0$ はそれぞれ 0 次の第 1 種ハンケル関数と変形ベッセル関数を表わし, ν は境界線 D における外向き法線, 積分は D に沿う反時計回りの線積分を表わす。

式 (2.12), (2.13) で点 (x, y) を D 上の点 (ξ', η') に接近せしめる極限においては $H_0^{(1)}$ と K_0 の $r \rightarrow 0$ における特異性により, D 上の f_1 と $\bar{f}_1, f_2^{(n)}$ と $\bar{f}_2^{(n)}, g_1$ と \bar{g}_1 および $g_2^{(m)}$ と $\bar{g}_2^{(m)}$ に関する次の積分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} f_1(\xi', \eta') &= -\int_D \left[f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR) \right) - \left(-\frac{i}{2} k H_0^{(1)}(kR) \right) \bar{f}_1(\xi, \eta) \right] ds \\ f_2^{(n)}(\xi', \eta') &= -\int_D \left[f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_n R)}{\pi} \right) \right] ds \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & - \left(-\frac{kK_0(k_n R)}{\pi} \right) \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \Big] ds \\ & \dots\dots\dots(2.15) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} g_1(\xi', \eta') &= \int_D \left[g_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k'R) \right) \right. \\ & \quad \left. - \left(-\frac{i}{2} k' H_0^{(1)}(k'R) \right) \theta_1(\xi, \eta) \right] ds \\ g_2^{(m)}(\xi', \eta') &= \int_D \left[g_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_m' R)}{\pi} \right) \right. \\ & \quad \left. - \left(-\frac{k' K_0(k_m' R)}{\pi} \right) \theta_2^{(m)}(\xi, \eta) \right] ds \\ & \dots\dots\dots(2.16) \end{aligned} \right\}$$

ここで、

$$R = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2} \dots\dots\dots(2.17)$$

(4) 境界面における力学的条件

外域と内域の幾何学的境界面上の任意点 (ξ, η, z) においては各領域の流体運動による質量流束とエネルギー流束は連続でなければならないから、境界面では次の条件が満足されるべきである。

$$\left. \begin{aligned} & 0 \geq z \geq -qh \text{ で} \\ & \left. \begin{aligned} & \partial \Phi_1(\xi, \eta, z) / \partial \nu = \partial \Phi_2(\xi, \eta, z) / \partial \nu \\ & \Phi_1(\xi, \eta, z) = \Phi_2(\xi, \eta, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.18) \\ & -qh \geq z \geq -h \text{ で} \\ & \partial \Phi_1(\xi, \eta, z) / \partial \nu = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(\xi, \eta) &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{q \lambda_0'}{\lambda_0} \left[\frac{1}{(\lambda_0'/q\lambda_0)^2 - 1} \cdot \frac{\bar{\theta}_1(\xi, \eta)}{\cosh \lambda_0'} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_0)^2 + 1} \cdot \frac{\bar{\theta}_2^{(m)}(\xi, \eta)}{\cos \lambda_m'} \right] - \bar{f}_2(\xi, \eta) \\ \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) &= -\frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\lambda_n'}{q\lambda_0} \left[\frac{1}{(\lambda_n'/q\lambda_n)^2 + 1} \cdot \frac{\bar{\theta}_1(\xi, \eta)}{\cosh \lambda_n'} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_n)^2 - 1} \cdot \frac{\bar{\theta}_2^{(m)}(\xi, \eta)}{\cos \lambda_m'} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{N_0' \sinh \lambda_0'} \left[\frac{\lambda_0'/q\lambda_0}{(\lambda_0'/q\lambda_0)^2 - 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_0'/q\lambda_n}{(\lambda_0'/q\lambda_n)^2 + 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} \cdot f_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] \\ g_2^{(m)}(\xi, \eta) &= -\frac{1}{N_m' \sin \lambda_m'} \left[\frac{\lambda_m'/q\lambda_0}{(\lambda_m'/q\lambda_0)^2 + 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_m'/q\lambda_n}{(\lambda_m'/q\lambda_n)^2 - 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} \cdot f_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] \\ & \dots\dots\dots(2.22) \end{aligned} \right\}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= kh, \lambda_n = k_n h, \bar{\lambda}_0 = \bar{q} \lambda_0, \bar{\lambda}_n = \bar{q} \lambda_n, \lambda_0' = k' q h, \lambda_m' = k_m' q h, \bar{q} = 1 - q \\ N_0 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_0}{\sinh 2 \lambda_0} \right), N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_n}{\sin 2 \lambda_n} \right), N_0' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_0'}{\sinh 2 \lambda_0'} \right), N_m' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_m'}{\sin 2 \lambda_m'} \right) \dots\dots(2.23) \\ \bar{f}_0(\xi, \eta) &= \partial f_0(\xi, \eta) / k \partial \nu \end{aligned} \right\}$$

(5) 境界線 D 上の f_1, \bar{f}_1, \dots および g_1, \bar{g}_1, \dots etc. の決定

境界線 D を N 個の点によって N 個の短い区間 ds_j ($j=1, 2, 3, \dots, N$) に分け、各区間の中点 (ξ_j, η_j) における f_1, \bar{f}_1, \dots etc. の値で区間 ds_j 上の値を代表させるものとすれば、 D 上の特定点 (ξ_i, η_i) と流動点 (ξ_j, η_j) の距離 R_{ij} は $R_{ij} = \sqrt{(\xi_j - \xi_i)^2 + (\eta_j - \eta_i)^2}$ で

$$\int_D f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR) \right) ds = \sum_{j=1}^N f_1(\xi_j, \eta_j) \int_{ds_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) ds$$

上式に式 (2.4), (2.5) を代入すると次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \bar{f}_0(\xi, \eta) + \bar{f}_1(\xi, \eta) \right\} \frac{\cosh k(x+h)}{\cosh kh} \\ & \quad + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(x+h)}{\cos k_n h} \\ & = \frac{k'}{k} \left[\theta_1(\xi, \eta) \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \theta_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_m'(z+qh)}{\cos k_m'qh} \right] \\ & \quad (0 \geq z \geq -qh) \\ & = 0 \quad (-qh \geq z \geq -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.19)$$

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \right\} \frac{\cosh k(x+h)}{\cosh kh} \\ & \quad + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(x+h)}{\cos k_n h} \\ & = g_1(\xi, \eta) \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} \\ & \quad + \sum_{m=1}^{\infty} g_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_m'(z+qh)}{\cos k_m'qh} \\ & \quad (0 \geq z \geq -qh) \dots\dots\dots(2.20) \end{aligned} \right\}$$

式 (2.19) の各項に $\cosh k(x+h)$ または $\cos k_n(x+h)$ を乗じて $0 \geq z \geq -h$ にわたる積分を行い、また式 (2.20) の各項に $\cosh k'(z+qh)$ または $\cos k_m'(z+qh)$ を乗じて $0 \geq z \geq -qh$ にわたる積分を行うと、これらの直交性により次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \bar{f}_0(\xi, \eta) + \bar{f}_1(\xi, \eta) \right\} \frac{\cosh k(x+h)}{\cosh kh} \\ & \quad + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(x+h)}{\cos k_n h} \\ & = g_1(\xi, \eta) \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} \\ & \quad + \sum_{m=1}^{\infty} g_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_m'(z+qh)}{\cos k_m'qh} \\ & \quad (0 \geq z \geq -qh) \dots\dots\dots(2.21) \end{aligned} \right\}$$

とおくことができるから、積分方程式 (2.15), (2.16) は次のような一次方程式に書き直される。

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{j=1}^N A_{ij} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \alpha_{ij}^{(0)} f_1(\xi_j, \eta_j) \\ & \sum_{j=1}^N B_{ij} \bar{f}_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \alpha_{ij}^{(m)} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \\ & \dots\dots\dots(2.24) \\ & \sum_{j=1}^N C_{ij} \theta_1(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \beta_{ij}^{(0)} g_1(\xi_j, \eta_j) \\ & \sum_{j=1}^N D_{ij} \theta_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) = \sum_{j=1}^N \beta_{ij}^{(m)} g_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \\ & \dots\dots\dots(2.25) \end{aligned} \right\}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ij}^{(0)} &= \delta_{ij} + \bar{A}_{ij}, \quad \alpha_{ij}^{(n)} = \delta_{ij} + \bar{B}_{ij}^{(n)} \\ \beta_{ij}^{(0)} &= -\delta_{ij} + \bar{C}_{ij}, \quad \beta_{ij}^{(m)} = -\delta_{ij} + \bar{D}_{ij}^{(m)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.26)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= \int_{AS_j} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) k ds \\ \bar{A}_{ij} &= \int_{AS_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) ds \\ B_{ij}^{(n)} &= \int_{AS_j} \left(-\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) k ds \\ \bar{B}_{ij}^{(n)} &= \int_{AS_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.27)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{ij} &= \int_{AS_j} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k'R_{ij}) \right) k' ds \\ \bar{C}_{ij} &= \int_{AS_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k'R_{ij}) \right) ds \\ D_{ij}^{(m)} &= \int_{AS_j} \left(-\frac{K_0(k'_m R_{ij})}{\pi} \right) k' ds \\ \bar{D}_{ij}^{(m)} &= \int_{AS_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(k'_m R_{ij})}{\pi} \right) ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.28)$$

δ_{ij} は Kronecker の delta で $\delta_{ij}=0$, $\delta_{ii}=1$ である。
式 (2.24), (2.25) により $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(n)}, \bar{g}_1, \bar{g}_2^{(m)}$ はそれぞれ $f_1, f_2^{(n)}, g_1, g_2^{(m)}$ の 1 次式として次のように表わされる。↗

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{j=1}^N [(M_{ij}^{(0)} - a_{30}^{(0)} N_{ij}^{(0)} - \sum_{m=1}^{\infty} a_{0m}^{(0)} N_{ij}^{(m)}) f_1(\xi_j, \eta_j) + \sum_{r=1}^{\infty} (a_{r0}^{(0)} N_{ij}^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} a_{rm}^{(0)} N_{ij}^{(m)}) f_2^{(r)}(\xi_j, \eta_j)] \\ &= -\bar{f}_0(\xi_i, \eta_i) + \sum_{j=1}^N (a_{00}^{(0)} N_{ij}^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} a_{0m}^{(0)} N_{ij}^{(m)}) f_0(\xi_j, \eta_j) \\ & \sum_{j=1}^N [-(a_{00}^{(n)} N_{ij}^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} a_{0m}^{(n)} N_{ij}^{(m)}) f_1(\xi_j, \eta_j) \\ & \quad + \sum_{r=1}^{\infty} (-\delta_{nr} M_{ij}^{(n)} + a_{r0}^{(n)} N_{ij}^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} a_{rm}^{(n)} N_{ij}^{(m)}) f_2^{(r)}(\xi_j, \eta_j)] \\ &= \sum_{j=1}^N (a_{00}^{(n)} N_{ij}^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} a_{0m}^{(n)} N_{ij}^{(m)}) f_0(\xi_j, \eta_j), \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.31)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_{30}^{(0)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_0' \sinh \lambda_0' \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q\lambda_0}{(\lambda_0'/q\lambda_0)^2 - 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{1}{(\lambda_0'/q\lambda_0)^2 - 1} \\ a_{0m}^{(0)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_m' \sin \lambda_m' \cos \lambda_m'} \cdot \frac{\lambda_m'/q\lambda_0}{(\lambda_m'/q\lambda_0)^2 + 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_0)^2 + 1} \\ a_{r0}^{(0)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_0' \sinh \lambda_0' \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q\lambda_r}{(\lambda_0'/q\lambda_r)^2 + 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\cos \lambda_r} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{1}{(\lambda_0'/q\lambda_0)^2 - 1} \\ a_{rm}^{(0)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_m' \sin \lambda_m' \cos \lambda_m'} \cdot \frac{\lambda_m'/q\lambda_r}{(\lambda_m'/q\lambda_r)^2 - 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\cos \lambda_r} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_0)^2 + 1} \\ a_{30}^{(n)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_0' \sinh \lambda_0' \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q\lambda_0}{(\lambda_0'/q\lambda_0)^2 - 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{1}{(\lambda_0'/q\lambda_n)^2 + 1} \\ a_{0m}^{(n)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_m' \sin \lambda_m' \cos \lambda_m'} \cdot \frac{\lambda_m'/q\lambda_0}{(\lambda_m'/q\lambda_0)^2 + 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_n)^2 - 1} \\ a_{r0}^{(n)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_0' \sinh \lambda_0' \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q\lambda_r}{(\lambda_0'/q\lambda_r)^2 + 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\cos \lambda_r} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{1}{(\lambda_0'/q\lambda_n)^2 + 1} \\ a_{rm}^{(n)} &= \frac{\lambda_0'}{q\lambda_0} \cdot \frac{1}{N_m' \sin \lambda_m' \cos \lambda_m'} \cdot \frac{\lambda_m'/q\lambda_r}{(\lambda_m'/q\lambda_r)^2 - 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\cos \lambda_r} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_n)^2 - 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.32)$$

$\delta_{nr}=0, \quad \delta_{nn}=1$

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(\xi_i, \eta_i) &= \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(0)} f_1(\xi_j, \eta_j) \\ M_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{d(0)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(0)} \Delta_{ki}^{(0)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.29)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_2^{(n)}(\xi_i, \eta_i) &= \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) \\ M_{ij}^{(n)} &= \frac{1}{\mathcal{F}(n)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(n)} \mathcal{F}_{ki}^{(n)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.30)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_1(\xi_i, \eta_i) &= \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(0)} g_1(\xi_j, \eta_j) \\ N_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{\mathcal{F}(0)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(0)} \mathcal{F}_{ki}^{(0)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.30)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_2^{(m)}(\xi_i, \eta_i) &= \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(m)} g_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \\ N_{ij}^{(m)} &= \frac{1}{\mathcal{F}(m)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(m)} \mathcal{F}_{ki}^{(m)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.30)$$

ここで $d(0), d(n)$ および $\mathcal{F}(0), \mathcal{F}(m)$ はそれぞれ $A_{ij}, B_{ij}^{(n)}$ および $C_{ij}, D_{ij}^{(m)}$ により作られる行列式で、 $\Delta_{ki}^{(0)}, \Delta_{ki}^{(n)}, \mathcal{F}_{ki}^{(0)}$ および $\mathcal{F}_{ki}^{(m)}$ はそれぞれの行列式の第 k 行第 i 列を除いた行列式に $(-1)^{k+i}$ を乗じたもの (余因子) を表わす。

式 (2.29), (2.30) を式 (2.21), (2.22) に代入し g_1 と $g_2^{(m)}$ を消去すると、 f_1 と $f_2^{(n)}$ に関する次の連立方程式を得る。

式 (2.31) は N 個の点 (ξ_j, η_j) のおのおのについて成立する方程式で、 n についての和を第 n^* 項まで取ることにすれば、 $(n^*+1)N$ 個の未知数 $f_1, f_2^{(m)}$ に関する $(n^*+1)N$ 個の連立方程式を与えるから、これを解いて $f_1, f_2^{(m)}$ を求めると式 (2.22) により $g_1, g_2^{(m)}$ が決まり、式 (2.29), (2.30) により $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}$ および $\bar{g}_1, \bar{g}_2^{(m)}$ が決まる。かくして求められた境界線上の値により、外域と内域の任意点の $f_1, f_2^{(m)}, g_1, g_2^{(m)}$ は式 (2.12), (2.13) により次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y) &= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{A}_{xj} f_1(\xi_j, \eta_j) \\ &\quad - A_{xj} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)] \\ f_2^{(m)}(x, y) &= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{B}_{xj} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \\ &\quad - B_{xj} \bar{f}_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.33)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{C}_{xj} g_1(\xi_j, \eta_j) \\ &\quad - C_{xj} \bar{g}_1(\xi_j, \eta_j)] \\ g_2^{(m)}(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{D}_{xj} g_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \\ &\quad - D_{xj} \bar{g}_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.34)$$

ここで A_{xj}, \bar{A}_{xj} らは式 (2.27), (2.28) で点 (ξ_i, η_i) の代わりに (x, y) とおいたものである。

(6) 波高の分布と流体圧力

水面波形は関数 $\phi(x, y, z)$ により

$$\zeta(x, y, t) = ie^{-i\omega t} \phi(x, y, 0) / g$$

で与えられるから、式 (2.33), (2.34) を式 (2.4), (2.5) に用いて外域と内域の点 (x, y) における振幅と入射波振幅 ζ_0 の比 $K_d^{(1)}$ と $K_d^{(2)}$ は次のように計算される。↗

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{-ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \left[\sum_{j=1}^N \{Q_0 (f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)) + \sum_{m=1}^{\infty} Q_m f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)\} k d \xi_j \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M \left\{ \frac{g_1(x_r, y_r)}{\cosh \lambda_0'} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_2^{(m)}(x_r, y_r)}{\cos \lambda_m'} \right\} k y_r \cdot k^2 d A_r \right] \\ \frac{T_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -\frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \left[\sum_{j=1}^N \{Q_0 (f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)) + \sum_{m=1}^{\infty} Q_m f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)\} k d \eta_j \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M \left\{ \frac{g_1(x_r, y_r)}{\cosh \lambda_0'} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_2^{(m)}(x_r, y_r)}{\cos \lambda_m'} \right\} k x_r \cdot k^2 d A_r \right] \\ \frac{T_z}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0^2} \left[\sum_{j=1}^N \left\{ \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} (f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_m}{\lambda_m \cos \lambda_m} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \right\} k^2 (\xi_j d \xi_j + \eta_j d \eta_j) \right] \end{aligned} \right\}$$

ここで、

$$Q_0 = \frac{-q \lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 - \cosh \bar{\lambda}_0 - k z_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + 1}{\lambda_0^2 \cosh \lambda_0}, \quad Q_m = \frac{-q \lambda_m \sin \bar{\lambda}_m + \cos \bar{\lambda}_m - k z_0 \sin \bar{\lambda}_m - 1}{\lambda_m^2 \cos \lambda_m}$$

\dots\dots\dots (2.40)

(7) 数値計算法

式 (2.37), (2.40) における $d \xi_j, d \eta_j$ 等および式 (2.27), (2.28) の各量は次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} K_d^{(1)} &= |f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{m=1}^{\infty} f_2^{(m)}(x, y)| \\ K_d^{(2)} &= |g_1(x, y) + \sum_{m=1}^{\infty} g_2^{(m)}(x, y)| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.35)$$

柱状体側面に作用する流体圧力 p_1 は式 (2.4) により

$$\frac{p_1}{\rho g \zeta_0} = ie^{-i\omega t} \left[\{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} f_2^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \right] \dots (2.36)$$

したがって、 x および y の正方向への合力 F_x, F_y は

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -\frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_m}{\lambda_m \cos \lambda_m} f_2^{(m)}(\xi, \eta) \right] k d \eta_j \\ \frac{F_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_m}{\lambda_m \cos \lambda_m} f_2^{(m)}(\xi, \eta) \right] k d \xi_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.37)$$

柱状体上面に作用する流体圧力 p_2 は式 (2.5) で $z = -qh$ とし

$$\frac{p_2}{\rho g \zeta_0} = ie^{-i\omega t} \left[\frac{g_1(x, y)}{\cosh \lambda_0'} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_2^{(m)}(x, y)}{\cos \lambda_m'} \right] \dots\dots\dots (2.38)$$

したがって、内域を M 個の微小面積 $dA_r (r=1, 2, 3, \dots, M)$ に分割し、中点の座標を (x_r, y_r) とすると柱状体上面に作用する下向きの合力 F_z は

$$\frac{F_z}{\rho g \zeta_0 h^2} = \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M \left[\frac{g_1(x_r, y_r)}{\cosh \lambda_0'} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_2^{(m)}(x_r, y_r)}{\cos \lambda_m'} \right] \cdot k^2 d A_r \dots\dots\dots (2.39)$$

また、点 $(0, 0, z_0)$ を通り x, y, z 軸に平行な軸に関する圧力の回転モーメント T_x, T_y, T_z は次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} R_{ij} &= \sqrt{(\xi_j - \xi_i)^2 + (\eta_j - \eta_i)^2} \\ dS_j &= \sqrt{(d\xi_j)^2 + (d\eta_j)^2} \\ d\xi_j &= (\xi_{j+1} - \xi_{j-1})/2, \quad d\eta_j = (\eta_{j+1} - \eta_{j-1})/2 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \cdot k \Delta S_j \\
A_{ii} &= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{k \Delta S_i}{4} - i \frac{\pi}{2} \right) k \Delta S_i \\
\bar{A}_{ij} &= \frac{i}{2} H_1^{(1)}(kR_{ij}) \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} k \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} k \Delta \xi_j \right) \\
\bar{A}_{ii} &= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \xi_{ss} \eta_s)_i \cdot \Delta S_i \\
B_{ij}^{(m)} &= -\frac{1}{\pi} K_0(k_n R_{ij}) k \Delta S_j \\
B_{ii}^{(m)} &= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{k_n \Delta S_i}{4} \right) k \Delta S_i \\
\bar{B}_{ij}^{(m)} &= \frac{1}{\pi} K_1(k_n R_{ij}) \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} k_n \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} k_n \Delta \xi_j \right) \\
\bar{B}_{ii}^{(m)} &= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \xi_{ss} \eta_s)_i \cdot \Delta S_i \\
C_{ij} &= -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k' R_{ij}) k' \Delta S_j \\
C_{ii} &= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{k' \Delta S_i}{4} - i \frac{\pi}{2} \right) k' \Delta S_i \\
\bar{C}_{ij} &= \frac{i}{2} H_1^{(1)}(k' R_{ij}) \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} k' \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} k' \Delta \xi_j \right) \\
\bar{C}_{ii} &= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \xi_{ss} \eta_s)_i \cdot \Delta S_i \\
D_{ij}^{(m)} &= -\frac{1}{\pi} K_0(k_m' R_{ij}) k_m' \Delta S_j \\
D_{ii}^{(m)} &= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{k_m' \Delta S_i}{4} \right) k_m' \Delta S_i \\
\bar{D}_{ij}^{(m)} &= \frac{1}{\pi} K_1(k_m' R_{ij}) \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} k_m' \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} k_m' \Delta \xi_j \right) \\
\bar{D}_{ii}^{(m)} &= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \xi_{ss} \eta_s)_i \cdot \Delta S_i \\
\xi_s &= \frac{\Delta \xi}{\Delta S} = \frac{\xi_{i+1} - \xi_{i-1}}{2 \Delta S_i} \\
\xi_{ss} &= \frac{6}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \cdot \left\{ \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i} - \frac{\xi_i - \xi_{i-1}}{\Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \right\} \\
\eta_s &= \frac{\Delta \eta}{\Delta S} = \frac{\eta_{i+1} - \eta_{i-1}}{2 \Delta S_i} \\
\eta_{ss} &= \frac{6}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \cdot \left\{ \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i} - \frac{\eta_i - \eta_{i-1}}{\Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \right\} \\
\tau &= 0.577216 \dots \dots \text{(Euler の定数)}
\end{aligned}$$

.....(2.41)

また、式(2.8)により f_0 および \bar{f}_0 は次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned}
f_0(\xi_j, \eta_j) &= -ie^{-i(M\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega)} \\
\bar{f}_0(\xi_j, \eta_j) &= \frac{\Delta \xi_j \sin \omega - \Delta \eta_j \cos \omega}{\Delta S_j} e^{-i(M\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega)}
\end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
&\dots \dots \dots (2.42) \\
&\dots \dots \dots
\end{aligned} \right\}$$

(8) 級数項の収束

m および n が大きいとき (一般には $m, n \geq 3$ 程度) は

$$\left. \begin{aligned}
\lambda_m' &\approx m\pi - \frac{q\delta}{m\pi}, \quad \cos \lambda_m' \approx (-1)^m \\
\sin \lambda_m' &\approx (-1)^{m+1} \frac{q\delta}{m\pi}, \quad N_m' \approx -\frac{(m\pi)^2}{2q\delta} \\
\lambda_n &\approx n\pi - \frac{\delta}{n\pi}, \quad \cos \lambda_n \approx (-1)^n \\
\sin \lambda_n &\approx (-1)^{n+1} \frac{\delta}{n\pi}, \quad \sin \bar{\lambda}_n \approx (-1)^{n+1} \sin(qn\pi) \\
N_n &\approx -\frac{(n\pi)^2}{2\delta} \quad (\delta = a^2 h/g)
\end{aligned} \right\}$$

.....(2.43)

であるから、式(2.21)、(2.22)の右辺級数項はそれぞれ次のように近似される。

$$\left. \begin{aligned}
&\sum_m \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_0)^2 + 1} \cdot \frac{1}{\cos \lambda_m'} \bar{\theta}_2^{(m)}(\xi, \eta) \\
&\approx \sum_m (-1)^m \frac{(q\lambda_0)^2}{(m\pi)^2 + (q\lambda_0)^2} \bar{\theta}_2^{(m)}(\xi, \eta) \\
&\sum_m \frac{1}{(\lambda_m'/q\lambda_n)^2 - 1} \cdot \frac{1}{\cos \lambda_m'} \bar{\theta}_2^{(m)}(\xi, \eta) \\
&\approx \sum_m (-1)^m \frac{(qn\pi)^2}{(m\pi)^2 - (qn\pi)^2 - 2qq\delta} \bar{\theta}_2^{(m)}(\xi, \eta) \\
&\sum_n \frac{\lambda_0'/q\lambda_n}{(\lambda_0'/q\lambda_n)^2 + 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \\
&\approx -\sum_n \frac{\lambda_0' qn\pi \sin(qn\pi)}{(\lambda_0')^2 + (qn\pi)^2} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \\
&\sum_n \frac{\lambda_m'/q\lambda_n}{(\lambda_m'/q\lambda_n)^2 - 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \\
&\approx -\sum_n \frac{m\pi qn\pi \sin(qn\pi)}{(m\pi)^2 - (qn\pi)^2 - 2qq\delta} f_2^{(n)}(\xi, \eta)
\end{aligned} \right\}$$

.....(2.44)

これらの級数は $\sum_m \bar{\theta}_2^{(m)}$ および $\sum_n f_2^{(n)}$ の級数が収束するならばそれぞれ収束し、したがって式(2.21)、(2.22)の右辺は収束して $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}$ および $g_1, g_2^{(m)}$ は存在する。

また、 m, n の大きい値 ($m, n \geq 3$ 程度) に対しては、 $B_{ij}^{(m)} \ll B_{ii}^{(m)}, \bar{B}_{ij}^{(m)} \ll \bar{B}_{ii}^{(m)}, D_{ij}^{(m)} \ll D_{ii}^{(m)}, \bar{D}_{ij}^{(m)} \ll \bar{D}_{ii}^{(m)}$ であるから、式(2.24)、(2.25)の第2式はそれぞれ次のように近似される。

$$\left. \begin{aligned}
\bar{f}_2^{(m)}(\xi_i, \eta_i) &\approx \frac{1 + \bar{B}_{ii}^{(m)}}{B_{ii}^{(m)}} f_2^{(m)}(\xi_i, \eta_i) \\
\bar{g}_2^{(m)}(\xi_i, \eta_i) &\approx \frac{-1 + \bar{D}_{ii}^{(m)}}{D_{ii}^{(m)}} g_2^{(m)}(\xi_i, \eta_i)
\end{aligned} \right\}$$

.....(2.45)

しかるに式(2.41)から分るように $\bar{B}_{ii}^{(m)} (= \bar{D}_{ii}^{(m)})$ は n (または m) に無関係に一定で、 $B_{ii}^{(m)}$ と $D_{ii}^{(m)}$ は次のように近似される。

$$\left. \begin{aligned} B_{ii}^{(m)} &\approx \frac{k\Delta S_i}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{n\pi\Delta S_i}{4h} \right) \\ D_{ii}^{(m)} &\approx \frac{k'\Delta S_i}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{n\pi\Delta S_i}{4qh} \right) \end{aligned} \right\} \dots (2.46)$$

これらはそれぞれ n, m の増加とともに一様増加であるから、式 (2.45) により $\sum_n \bar{f}_2^{(m)}, \sum_m \bar{g}_2^{(m)}$ が収束であれば $\sum_n \bar{f}_2^{(m)}, \sum_m \bar{g}_2^{(m)}$ も収束する。

式 (2.22) の第 2 式から

$$\begin{aligned} \sum_m \bar{g}_2^{(m)}(\xi, \eta) &\approx \frac{q\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \\ &\cdot \sum_m (-1)^{m+1} \frac{m\pi}{(m\pi)^2 + (q\lambda_0)^2} + 2 \sum_n \sum_m (-1)^m \\ &\cdot \frac{1}{(qn)^2} \cdot \frac{qn\pi \sin(qn\pi)}{n^2 - \left(\frac{m}{q}\right)^2 + \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{q}{\delta}} f_2^{(m)}(\xi, \eta) \end{aligned} \dots (2.47)$$

上式右辺の第 1 項は収束することが明らかであるが、第 2 項は $f_2^{(m)}(\xi, \eta)$ の形が分らなければ収束性を一般的に示すことはできない。これについては数値計算例について示すことにする。

なお、式 (2.45), (2.46) から分るように $\bar{f}_2^{(m)}$ と $\bar{g}_2^{(m)}$ はそれぞれ式 (2.46) の最小値を与える n と m で最大値を示すことが考えられる。そのときの n, m をそれぞれ n_0, m_0 とすると

$$n_0 = \frac{1.9432}{\Delta S/h}, \quad m_0 = \frac{1.9432}{\Delta S/qh} (=qn_0) \dots (2.48)$$

この値より大きい n と m について式 (2.46) は一様増加であるから、実際計算においては、 $n^* > n_0, m^* > m_0$ なるような n^* 項および m^* 項までを取る必要がある、一般には n^* および m^* の値は $n_0 + 2$ および $m_0 + 2$ 程度とすればよい。このことは、種々の (ξ, η) についての $f_1, \bar{f}_1, f_2^{(m)}, \bar{f}_2^{(m)}$ および $g_1, \bar{g}_1, g_2^{(m)}, \bar{g}_2^{(m)}$ を式 (2.19), (2.20) に代入し、種々の z に対して両辺の一致の程度を見ることにより知られる。

3. 解析 2 (水面付近の固定柱状体)

Fig. 2 に示すように柱状体の底面が静水面から深さ qh に固定されている場合を考える。ただし、 $1 > q \geq 0$ とする。

外域 I の速度ポテンシャルは式 (2.4) に示されると同じであるが、内域 II では $\Phi_2(x, y, z)$ に対する境界条件は次のようである。

$$z = -qh \text{ および } -h \text{ で } \partial\Phi_2/\partial z = 0 \dots (3.1)$$

この条件を満足する式 (2.1) の一般解として $\Phi_2(x, y, z)$ は次のように表わされる。

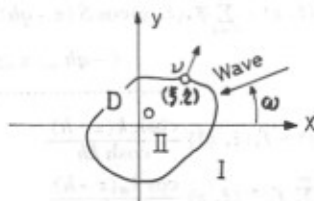
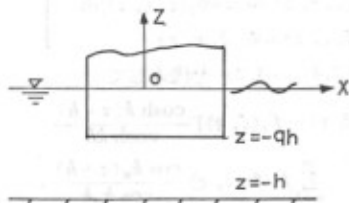
$$\begin{aligned} \Phi_2(x, y, z) &= \frac{g\zeta_0}{\sigma} \\ &\cdot [\varphi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) \cos \bar{S}(z+qh)] \end{aligned} \dots (3.2)$$

$$\dots (3.2)$$

ここで S は整数、 $\bar{S} = S\pi/qh, \bar{q} = 1 - q$ である。 φ_0 および φ_s は式 (2.1) により次式を満足せねばならない。

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial y^2} - \bar{S}^2 \varphi_s = 0 \dots (3.3)$$

外域 I に関しては式 (2.6), (2.8), (2.10) がそのまま成立する。



Semi-immersed Cylinder

Fig. 2

(1) Green 関数による $f_1, f_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$ の表示

外域に関しては 2.(3) の式 (2.12), (2.15) がそのまま用いられる。内域に関しては φ_0 に対して $-\log(1/kr)/\pi, \varphi_s$ に対して $-K_0(\bar{S}r)/\pi$ を Green 関数に用いると、式 (2.13), (2.16) に代って次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x, y) &= \frac{1}{2} \int_D \left[\varphi_0(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{\log 1/kr}{\pi} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(-\frac{k \log 1/kr}{\pi} \right) \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) \right] ds \\ \varphi_s(x, y) &= \frac{1}{2} \int_D \left[\varphi_s(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(\bar{S}r)}{\pi} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(-\frac{kK_0(\bar{S}r)}{\pi} \right) \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots (3.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\xi', \eta') &= \int_D \left[\varphi_0(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{\log 1/kR}{\pi} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(-\frac{k \log 1/kR}{\pi} \right) \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) \right] ds \\ \varphi_s(\xi', \eta') &= \int_D \left[\varphi_s(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_0(\bar{S}R)}{\pi} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(-\frac{kK_0(\bar{S}R)}{\pi} \right) \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \right\} \dots (3.5)$$

ここで,

$$\bar{\varphi}_0 = \partial \varphi_0(\xi, \eta) / \partial \nu, \quad \bar{\varphi}_s = \partial \varphi_s(\xi, \eta) / \partial \nu$$

(2) 境界面における力学的条件

式 (2.18) の代りに次の条件式となる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \geq x \geq -qh \text{ で} \\ \partial \varphi_1(\xi, \eta, z) / \partial \nu = 0 \\ -qh \geq x \geq -h \text{ で} \\ \partial \varphi_1(\xi, \eta, z) / \partial \nu = \partial \varphi_2(\xi, \eta, z) / \partial \nu \\ \varphi_1(\xi, \eta, z) = \varphi_2(\xi, \eta, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.6)$$

上式に式 (2.4), (3.2) を代入して

$$\left. \begin{aligned} \{ \bar{f}_0(\xi, \eta) + \bar{f}_1(\xi, \eta) \} \frac{\cosh k(x+h)}{\cosh kh} \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(x+h)}{\cos k_n h} \\ = 0 \quad (0 \geq x \geq -qh) \\ = \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \cos \bar{S}(x+qh) \\ \quad (-qh \geq x \geq -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \} \frac{\cosh k(x+h)}{\cosh kh} \\ + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(x+h)}{\cos k_n h} \\ = \varphi_0(\xi, \eta) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(\xi, \eta) \cos \bar{S}(x+qh) \\ \quad (-qh \geq x \geq -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.8)$$

2.(4) と同じ取扱により次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(\xi, \eta) &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \left[\bar{\varphi}_0(\xi, \eta) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{1 + (S\pi/\lambda_0)^2} \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \right] - \bar{f}_0(\xi, \eta) \\ \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) &= \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \left[\bar{\varphi}_0(\xi, \eta) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{1 - (S\pi/\lambda_n)^2} \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\xi, \eta) &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \bar{\lambda}_0} \{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \\ \frac{1}{2} \varphi_s(\xi, \eta) &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \\ &\quad \cdot \frac{1}{1 + (S\pi/\bar{\lambda}_0)^2} \{ f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta) \} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n} \cdot \frac{1}{1 - (S\pi/\bar{\lambda}_n)^2} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.10)$$

(3) 境界線上の f_1, \bar{f}_1, \dots および $\varphi_0, \varphi_s, \dots$ etc. の決定

外域に関しては式 (2.26), (2.27), (2.29) がそのま

ま成立する。内域に関しては式 (2.30), (2.26), (2.28) に対応して次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) &= \sum_{j=1}^N Q_{ij}^{(0)} \varphi_0(\xi_j, \eta_j) \\ Q_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{F'(0)} \sum_{k=1}^N \tau_{kj}^{(0)} F_{ki}^{(0)} \\ \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) &= \sum_{j=1}^N Q_{ij}^{(s)} \varphi_s(\xi_j, \eta_j) \\ Q_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{F'(S)} \sum_{k=1}^N \tau_{kj}^{(s)} F_{ki}^{(s)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.11)$$

上式で

$$\begin{aligned} r_{ij}^{(0)} &= -\delta_{ij} + E_{ij} \\ r_{ij}^{(s)} &= -\delta_{ij} + F_{ij}^{(s)} \end{aligned}$$

また, $F'(0), F'(S)$ は次に示す E_{ij}, F_{ij} による行列式で $F_{ki}^{(0)}$ および $F_{ki}^{(s)}$ はそれぞれの行列式から第 k 行第 i 列を除いた余因子である。

$$\left. \begin{aligned} E_{ij} &= \int_{AS_j} \left(-\frac{\log 1/kR_{ij}}{\pi} \right) kds \\ \bar{E}_{ij} &= \int_{AS_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{\log 1/kR_{ij}}{\pi} \right) ds \\ F_{ij}^{(s)} &= \int_{AS_j} \left(-\frac{K_s(\bar{S}R_{ij})}{\pi} \right) kds \\ \bar{F}_{ij}^{(s)} &= \int_{AS_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{K_s(\bar{S}R_{ij})}{\pi} \right) ds \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.12)$$

式 (2.29), (3.11) を式 (3.9), (3.10) に代入し φ_0, φ_s を消去すると f_1 と $f_2^{(n)}$ に関する次の連立方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^N [(a_0^{(0)} K_{0ij}^{(0)} - M_{ij}^{(0)}) f_1(\xi_j, \eta_j) \\ + \sum_{r=1}^{\infty} a_r^{(0)} K_{0ij}^{(r)} f_2^{(r)}(\xi_j, \eta_j)] \\ = \bar{f}_0(\xi, \eta) - \sum_{j=1}^N a_0^{(0)} K_{0ij}^{(0)} f_0(\xi_j, \eta_j) \\ \sum_{j=1}^N [(a_0^{(n)} K_{nij}^{(0)} f_1(\xi_j, \eta_j) - M_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) \\ + \sum_{r=1}^{\infty} a_r^{(n)} K_{rij}^{(n)} f_2^{(r)}(\xi_j, \eta_j)] \\ = -\sum_{j=1}^N a_0^{(n)} K_{nij}^{(n)} f_0(\xi_j, \eta_j) \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.13)$$

ここで,

$$\begin{aligned} a_0^{(0)} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \\ a_r^{(0)} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r \cos \lambda_r} \\ a_0^{(n)} &= \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \\ a_r^{(n)} &= \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r \cos \lambda_r} \end{aligned}$$

$$K_{0ij}^{(0)} = Q_{ij}^{(0)} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 Q_{ij}^{(s)}}{[1 + (S\pi/\lambda_0)^2]^2}$$

$$\left. \begin{aligned} K_{oij}^{(m)} &= Q_{ij}^{(0)} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2Q_{ij}^{(s)}}{\{1 + (S\pi/\bar{\lambda}_0)^2\} \{1 - (S\pi/\bar{\lambda}_n)^2\}} \\ K_{rij}^{(m)} &= Q_{ij}^{(0)} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2Q_{ij}^{(s)}}{\{1 - (S\pi/\bar{\lambda}_n)^2\} \{1 - (S\pi/\bar{\lambda}_r)^2\}} \\ &\dots\dots\dots (3.14) \end{aligned} \right\}$$

式 (3.13) を解いて $f_1, f_2^{(m)}$ が求まると, 式 (3.10), (2.29), (3.13) により $\varphi_0, \varphi_s, \bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}$ および $\bar{\varphi}_0, \bar{\varphi}_s$ が求められる。こうして外域の点 (x, y) における $f_1, f_2^{(m)}$ は式 (2.33) により, また内域の点 (x, y) における φ_0, φ_s は次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{E}_{xj} \varphi_0(\xi_j, \eta_j) - E_{xj} \bar{\varphi}_0(\xi_j, \eta_j)] \\ \varphi_s(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{F}_{xj} \varphi_s(\xi_j, \eta_j) - F_{xj} \bar{\varphi}_s(\xi_j, \eta_j)] \\ &\dots\dots\dots (3.15) \end{aligned} \right\}$$

なお, E_{ij}, F_{ij} 等は次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} E_{ij} &= \frac{1}{\pi} \log(kR_{ij}) \cdot kdS_j \\ E_{ii} &= \frac{1}{\pi} \left(\log \frac{kdS_i}{2} - 1 \right) kdS_i \\ \bar{E}_{ij} &= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{kR_{ij}} \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} kd\eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} kd\xi_j \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -\frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \right] kd\eta_j \\ \frac{F_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \right] kd\xi_j \\ &\dots\dots\dots (3.18) \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{F_z}{\rho g \zeta_0 h^2} = \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M [\varphi_0(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r)] k^2 dA_r \dots\dots\dots (3.19)$$

点 $(0, 0, z_0)$ を通り, x, y, z 軸に平行な軸に関する回転モーメント T_x, T_y, T_z は次式のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{-ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \left[\sum_{j=1}^N \{P_0 \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} P_n f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)\} kd\xi_j \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M \{\varphi_0(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r)\} ky_r \cdot k^2 dA_r \right] \\ \frac{T_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{-ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \left[\sum_{j=1}^N \{P_0 \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} P_n f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)\} kd\eta_j \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M \{\varphi_0(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r)\} kx_r \cdot k^2 dA_r \right] \\ \frac{T_z}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0^2} \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \right\} k^2 (\xi_j d\xi_j + \eta_j d\eta_j) \\ &\dots\dots\dots (3.20) \end{aligned} \right\}$$

ここで,

$$P_0 = \{q\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0 - kz_0(\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0)\} / \lambda_0^2 \cosh \lambda_0$$

$$P_n = \{q\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n - k_n z_0(\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n)\} / \lambda_n^2 \cos \lambda_n$$

(5) 級数項の収束

2.(8) と全く同様にして $\sum_n f_2^{(m)}$ および $\sum_s \bar{\varphi}_s$ の収束を仮定すれば, 式 (3.9), (3.10) の各級数項は収束し, $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$ の存在が分る。また, S の大きい値に対する式 (3.11) の第2式により

$$\left. \bar{\varphi}_s(\xi_i, \eta_i) \approx \frac{-1 + F_{ii}^{(s)}}{F_{ii}^{(s)}} \varphi_s(\xi_i, \eta_i) \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}_{ii} &= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \eta_s \xi_{ss})_i \cdot dS_i \\ F_{ij}^{(s)} &= -\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}R_{ij}) kdS_j \\ F_{ii}^{(s)} &= \frac{1}{\pi} \left(r - 1 + \log \frac{\bar{S}dS_i}{4} \right) kdS_i \\ \bar{F}_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{\pi} K_1(\bar{S}R_{ij}) \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \bar{S}d\eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \bar{S}d\xi_j \right) \\ \bar{F}_{ii}^{(s)} &= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \eta_s \xi_{ss})_i \cdot dS_i \\ &\dots\dots\dots (3.16) \end{aligned} \right\}$$

(4) 波高分布と流体圧力

外域の点 (x, y) における波の振幅と入射波振幅の比 K_d は式 (2.35) の第1式で与えられる。また, 柱状体側面に対する流体圧力 $-p_1$ は式 (2.36), 底面に対する圧力 p_2 は次式で与えられる。

$$p_2 / \rho g \zeta_0 = i[\varphi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y)] e^{-i\omega t} \dots\dots\dots (3.17)$$

ゆえに, x, y, z の正方向に作用する圧力の合力 F_x, F_y, F_z は次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -\frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \right] kd\eta_j \\ \frac{F_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \right] kd\xi_j \\ &\dots\dots\dots (3.18) \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{F_z}{\rho g \zeta_0 h^2} = \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M [\varphi_0(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r)] k^2 dA_r \dots\dots\dots (3.19)$$

点 $(0, 0, z_0)$ を通り, x, y, z 軸に平行な軸に関する回転モーメント T_x, T_y, T_z は次式のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{-ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \left[\sum_{j=1}^N \{P_0 \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} P_n f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)\} kd\xi_j \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M \{\varphi_0(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r)\} ky_r \cdot k^2 dA_r \right] \\ \frac{T_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{-ie^{-i\omega t}}{\lambda_0} \left[\sum_{j=1}^N \{P_0 \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} + \sum_{n=1}^{\infty} P_n f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j)\} kd\eta_j \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^M \{\varphi_0(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_r, y_r)\} kx_r \cdot k^2 dA_r \right] \\ \frac{T_z}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{ie^{-i\omega t}}{\lambda_0^2} \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \right\} k^2 (\xi_j d\xi_j + \eta_j d\eta_j) \\ &\dots\dots\dots (3.20) \end{aligned} \right\}$$

ここで,

$$P_0 = \{q\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0 - kz_0(\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0)\} / \lambda_0^2 \cosh \lambda_0$$

$$P_n = \{q\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n - k_n z_0(\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n)\} / \lambda_n^2 \cos \lambda_n$$

(5) 級数項の収束

2.(8) と全く同様にして $\sum_n f_2^{(m)}$ および $\sum_s \bar{\varphi}_s$ の収束を仮定すれば, 式 (3.9), (3.10) の各級数項は収束し, $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$ の存在が分る。また, S の大きい値に対する式 (3.11) の第2式により

$$\left. \bar{\varphi}_s(\xi_i, \eta_i) \approx \frac{-1 + F_{ii}^{(s)}}{F_{ii}^{(s)}} \varphi_s(\xi_i, \eta_i) \right\}$$

であるから, $\sum_s \varphi_s$ が収束すれば $\sum_s \bar{\varphi}_s$ もまた収束する。ゆえに, $\sum_n f_2^{(m)}$ と $\sum_s \varphi_s$ の収束を仮定すれば, 速度ポテンシャルが決まることになる。また, $\bar{f}_2^{(m)}$ と $\bar{\varphi}_s$ の最大を与える n_0 および S_0 は式 (2.48) に対応して

$$F_{ii}^{(s)} = \frac{kdS_i}{\pi} \left(r - 1 + \log \frac{S\pi dS_i}{4qh} \right) \dots\dots\dots (3.21)$$

次のようである。

$$n_0 = \frac{1.9432}{\Delta S/h}, S_0 = \frac{1.9432}{\Delta S/\bar{q}h} (= \bar{q}n_0) \dots (3.22)$$

実際計算における n および S に関する級数項は $n^* > n_0$, $S^* > S_0$ なるような n^* および S^* まで取らねばならない。

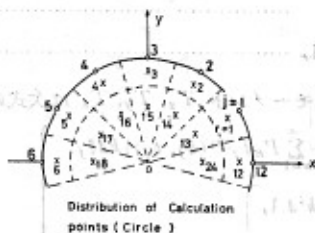
4. 数値計算

数値計算例として円, 楕円および矩形断面の柱状体について示す。

(1) 水底の固定柱状体

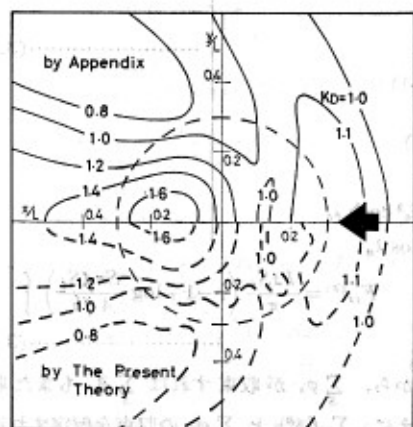
a) 円柱

円柱の場合は円柱座標を用いて直接速度ポテンシャルの接続法を適用して厳密解を得ることができる⁹⁾。いま半径 b で, $b/h=2.5$ の円柱について, $\sigma^2 h/g=0.5$, $q=0.5$ とした場合に, Fig. 3 に示すように, 円周上に計算点を 12 個取り ($N=12$), 級数項を n については第 4 項 ($n^*=4$), m については第 2 項 ($m^*=2$) まで取って, 波高分布を計算した結果を, 円柱座標による結果と比較すると Fig. 4 に示すようである。ここで実線は円柱座標による計算, 破線は本文の方法による結果で両者の一致は満足すべき程度である。後述する Table 3 と同じ意味での, 水平力と鉛直力 $F/\rho g \zeta h^2$ の絶対値と位相角は, 本文の方法ではそれぞれ 3.12; -0.358π および 7.33; 0.259π となり, 円柱



Distribution of Calculation points (Circle)

Fig. 3



$\sigma^2 h/g=0.5$ $Kh=0.772$ $b/h=2.5$ $a/b=0.5$
Comparison of Wave Height Distribution

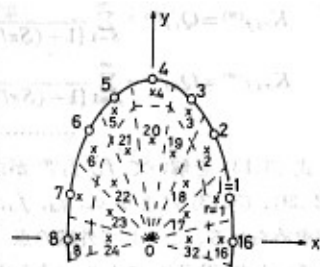
Fig. 4

座標の方法ではそれぞれ 3.27; -0.355π および 8.13; 0.273π となる。水平力および位相角の一致は良好であるが, 鉛直力の絶対値に約 10% の差があるのは, 主として m^* を 2 にとどめたことによるもので, その他計算点 N が過少のためと, Fig. 3

のような面積分割が中心付近の圧力強度を含まないことによるもので m^* を増加し, さらに細かい分割を行うことにより, 正しい一致を得ることができる。また, 係数値 $f_1, f_2^{(m)}$, $g_1, g_2^{(m)}$ およびその法線微分値は次に示す楕円の場合と類似で, n および m の増大に伴う収束は良好である。

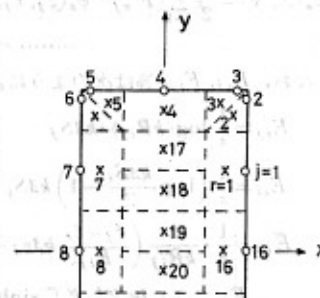
(2) 楕円および矩形柱状体

x および y 軸半径をそれぞれ a, b とする楕円形柱状体において, $a/b=0.5$, $b/h=2.5$, $q=0.5$, $\sigma^2 h/g=0.5$ ($kb=1.930$) の場合を考えると, 式 (2.48) の n_0 および m_0 はそれぞれ 3 および 1 であるから, Fig. 5 に示すように計算点 $N=16$, 面積分割点 $M=32$ とし, $n^*=4$, $m^*=2$ として, $\omega=0^\circ$ の場合について係数値を示すと Table 1 のようである。これらの値は $n^* > n_0$, $m^* > m_0$ とすれば今の条件では収束がかなり早く, n^* と m^* の大小による変化は少なく, 実用上差し支えない程度の結果を得ることができる。すなわち, これらの係数値を式 (2.19), (2.20) に代入し, 左右両辺の値を比較するとポテンシャルおよび流速の連続性は有効数字 3 桁および 2 桁まで満たされている (流速の連続性は特異点である $z=-qh$ 付近を除いても 1 桁低下する)。これは $f_2^{(m)}$ と $g_2^{(m)}$ の項数がまだ足りないことによるもので, これを増すことによりさらによい一致を得ることができるが, 流体力の計算にはこれらの項は直接の形では入らず, また $f_2^{(m)}$, $g_2^{(m)}$ の値の決定にも n^* , m^* の大小は大きく影響することがないから, 実用上流体力



Distribution of Calculation points (Ellipse)

Fig. 5



Distribution of Calculation points (Rectangle)

Fig. 6

Table 1 Numerical Values of Coefficients for Submerged Elliptic Cylinder
($b/h=2.5$, $a/b=0.5$, $q=0.5$, $\sigma^2 h/g=0.5$, $kb=1.930$)

j	F_1	$F_2(1)$	$F_2(2)$	$F_2(3)$	$F_2(4)$		
16	-0.077-0.172 <i>i</i>	0.076-0.120 <i>i</i>	-0.004+0.024 <i>i</i>	0.002-0.005 <i>i</i>	-0.000-0.003 <i>i</i>		
1	-0.061-0.179 <i>i</i>	0.072-0.086 <i>i</i>	-0.006+0.026 <i>i</i>	0.013-0.039 <i>i</i>	-0.002+0.004 <i>i</i>		
2	-0.069-0.132 <i>i</i>	0.080-0.070 <i>i</i>	-0.008+0.022 <i>i</i>	0.014-0.027 <i>i</i>	-0.002+0.002 <i>i</i>		
3	-0.029-0.061 <i>i</i>	0.081-0.050 <i>i</i>	-0.007+0.013 <i>i</i>	-0.001+0.001 <i>i</i>	0.001-0.003 <i>i</i>		
4	0.065+0.052 <i>i</i>	0.019-0.022 <i>i</i>	-0.003+0.008 <i>i</i>	-0.001+0.002 <i>i</i>	0.001-0.002 <i>i</i>		
5	0.193+0.203 <i>i</i>	-0.040-0.071 <i>i</i>	0.001+0.014 <i>i</i>	0.000+0.001 <i>i</i>	0.000-0.003 <i>i</i>		
6	0.293+0.351 <i>i</i>	-0.043-0.100 <i>i</i>	-0.001+0.023 <i>i</i>	-0.002-0.020 <i>i</i>	0.001+0.002 <i>i</i>		
7	0.375+0.520 <i>i</i>	-0.033-0.123 <i>i</i>	-0.006+0.027 <i>i</i>	0.005-0.042 <i>i</i>	0.000+0.005 <i>i</i>		
8	0.406+0.573 <i>i</i>	-0.023-0.156 <i>i</i>	-0.007+0.023 <i>i</i>	0.001-0.006 <i>i</i>	0.002-0.003 <i>i</i>		
j	\bar{F}_1	$\bar{F}_2(1)$	$\bar{F}_2(2)$	$\bar{F}_2(3)$	$\bar{F}_2(4)$		
16	0.185-0.057 <i>i</i>	-0.340+0.575 <i>i</i>	0.056-0.368 <i>i</i>	0.160-0.548 <i>i</i>	-0.002-0.059 <i>i</i>		
1	0.136-0.001 <i>i</i>	-0.354+0.414 <i>i</i>	0.177-0.778 <i>i</i>	0.263-0.814 <i>i</i>	-0.021+0.037 <i>i</i>		
2	0.161+0.024 <i>i</i>	-0.408+0.358 <i>i</i>	0.220-0.589 <i>i</i>	0.320-0.637 <i>i</i>	-0.020+0.018 <i>i</i>		
3	0.112+0.045 <i>i</i>	-0.426+0.250 <i>i</i>	0.103-0.193 <i>i</i>	0.247-0.294 <i>i</i>	0.030-0.077 <i>i</i>		
4	-0.124+0.132 <i>i</i>	-0.104+0.083 <i>i</i>	0.037-0.121 <i>i</i>	0.082-0.187 <i>i</i>	0.028-0.099 <i>i</i>		
5	-0.367+0.164 <i>i</i>	0.221+0.356 <i>i</i>	-0.011-0.204 <i>i</i>	-0.079-0.340 <i>i</i>	0.004-0.078 <i>i</i>		
6	-0.469+0.204 <i>i</i>	0.222+0.516 <i>i</i>	0.031-0.619 <i>i</i>	-0.039-0.710 <i>i</i>	0.010-0.025 <i>i</i>		
7	-0.487+0.198 <i>i</i>	0.166+0.598 <i>i</i>	0.165-0.787 <i>i</i>	0.097-0.877 <i>i</i>	0.005+0.046 <i>i</i>		
8	-0.520+0.102 <i>i</i>	0.089+0.731 <i>i</i>	0.106-0.353 <i>i</i>	0.081-0.580 <i>i</i>	0.028-0.049 <i>i</i>		
j	G_1	$G_2(1)$	$G_2(2)$	j	\bar{G}_1	$\bar{G}_2(1)$	$\bar{G}_2(2)$
16	-0.834-0.801 <i>i</i>	0.007-0.050 <i>i</i>	-0.000+0.008 <i>i</i>	16	-0.489+0.978 <i>i</i>	0.072-0.524 <i>i</i>	0.001-0.098 <i>i</i>
1	-0.801-0.809 <i>i</i>	0.013-0.060 <i>i</i>	0.004-0.006 <i>i</i>	1	-0.581+1.013 <i>i</i>	0.250-1.133 <i>i</i>	-0.026+0.039 <i>i</i>
2	-0.663-0.899 <i>i</i>	0.018-0.051 <i>i</i>	0.003-0.002 <i>i</i>	2	-0.678+0.827 <i>i</i>	0.312-0.875 <i>i</i>	-0.023+0.039 <i>i</i>
3	-0.408-0.972 <i>i</i>	0.015-0.032 <i>i</i>	-0.003+0.007 <i>i</i>	3	-0.629+0.438 <i>i</i>	0.139-0.276 <i>i</i>	0.049-0.119 <i>i</i>
4	0.076-0.944 <i>i</i>	0.007-0.023 <i>i</i>	-0.002+0.006 <i>i</i>	4	-0.158+0.170 <i>i</i>	0.051-0.174 <i>i</i>	0.043-0.149 <i>i</i>
5	0.595-0.726 <i>i</i>	-0.001-0.033 <i>i</i>	-0.000+0.008 <i>i</i>	5	0.303+0.588 <i>i</i>	-0.009-0.289 <i>i</i>	0.004-0.122 <i>i</i>
6	0.913-0.443 <i>i</i>	0.003-0.053 <i>i</i>	-0.002-0.003 <i>i</i>	6	0.281+1.056 <i>i</i>	0.052-0.896 <i>i</i>	0.014-0.024 <i>i</i>
7	1.130-0.147 <i>i</i>	0.013-0.060 <i>i</i>	-0.001-0.008 <i>i</i>	7	0.127+1.226 <i>i</i>	0.247-1.141 <i>i</i>	0.008+0.051 <i>i</i>
8	1.188-0.094 <i>i</i>	0.015-0.048 <i>i</i>	-0.003+0.007 <i>i</i>	8	0.061+1.180 <i>i</i>	0.159-0.497 <i>i</i>	0.042-0.084 <i>i</i>

や波高分布の計算にはこの程度で満足されるのである。

しかし、式 (2.48) に示した n_0 , m_0 は、 $\sigma^2 h/g$ が大きくなり、また b/h が小さくなるとともに、大きな値を示すようになり、係数値の収束もおそくなるから、したがって m^* , n^* もより大きな値を取ることが必要となってくる。

楕円の場合と同じ条件で、 x および y 軸に平行な辺の長さをそれぞれ $2a$, $2b$ とする 矩形柱状体の場合を Fig. 6 のように計算点を配置して ($N=16$, $M=22$) 計算している。

このようにして $q=0.5$ および 0.25 の場合について計算した結果を波高分布について示すと、Fig. 7~12 のようである。これらに共通の特徴は柱体上面の領域 II において波高の著しい増大が起り、それが背後まで及んでいることで、波の進行方向に断面が長く、かつ上面の水深が浅い (q が小さい) ときに著しい。これは柱状体側面における波の回折によって、入射波の波峰に沿う流れが起り、それが柱体上面に集中して大きな水面変動を生ずることによるもので、孤立した潜堤や浅瀬での碎波の原因となることを示しているものである。なお、ここでは示していないが、波長が短く ($\sigma^2 h/g$ が大きく) な

ると、柱状体上面の波高分布は複雑になり、いくつかの極大点を示すようになるが、波高の増大は少なくなる。

柱状体に対する 水平および鉛直力を計算した結果は Table 3 に示すようで、水平力は隅角のある矩形において多くの場合滑らかな楕円より大きい値を示すことが分る (Table 3 では式 (2.37) と反対符号、すなわち x , y , z の負方向の値を示してあり、

$$F/\rho g \zeta_0 h^2 = -|F/\rho g \zeta_0 h^2| \cos(\sigma t + \epsilon)$$

と表わした場合の $|F/\rho g \zeta_0 h^2|$ を絶対値 (abs.), ϵ を偏角 (arg.) として示している。また、円柱の場合と同じ理由によって鉛直力の絶対値は真の値と 10% 程度の差があり得る。

(3) 水面の固定柱状体

a) 円柱

前と同じ条件に対して、本文の方法で $n^*=4$, $m^*=3$ として計算し、円柱座標の方法と比較すると、領域 I の波高分布については前と同程度にほぼ一致しており、水平力および鉛直力 $F/\rho g \zeta_0 h^2$ の絶対値と位相角は本文の方法ではそれぞれ 3.66 ; -0.582π および 8.72 ; -0.407π ; 円柱座標の方法ではそれぞれ 3.83 ; π ; 0.581

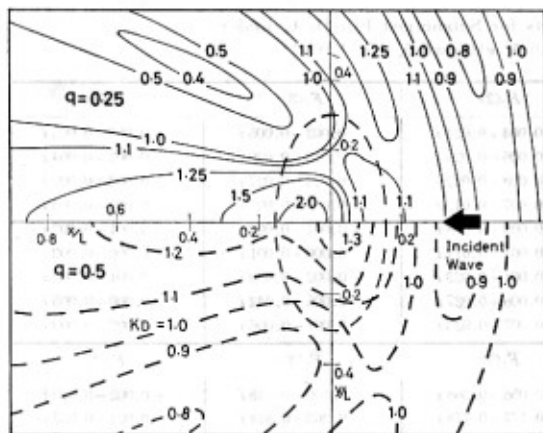


Fig. 7

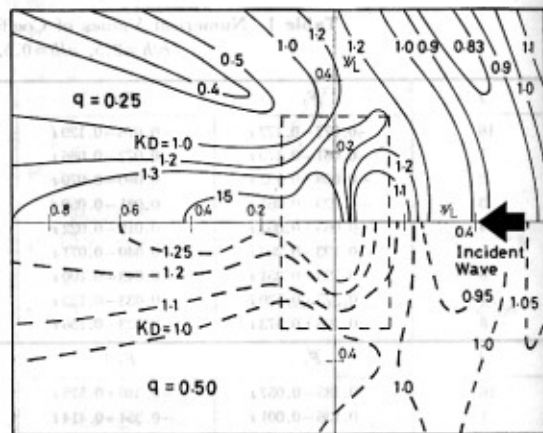


Fig. 10

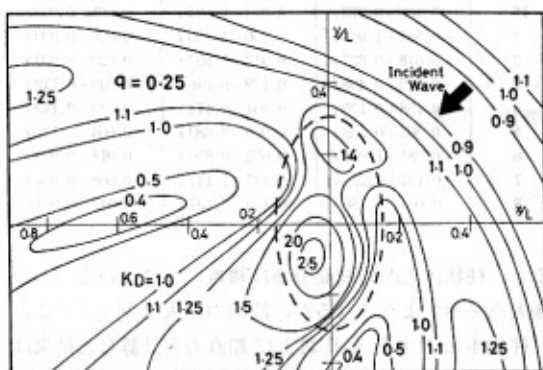


Fig. 8

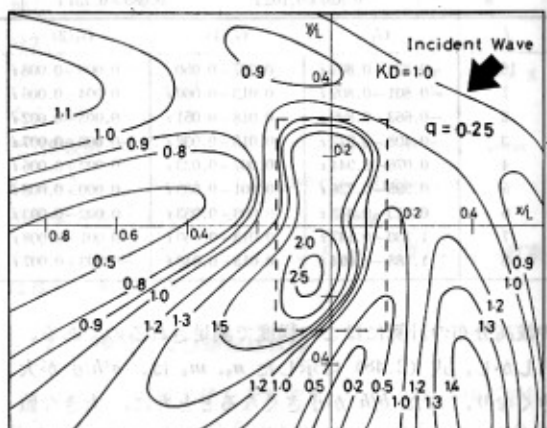


Fig. 11

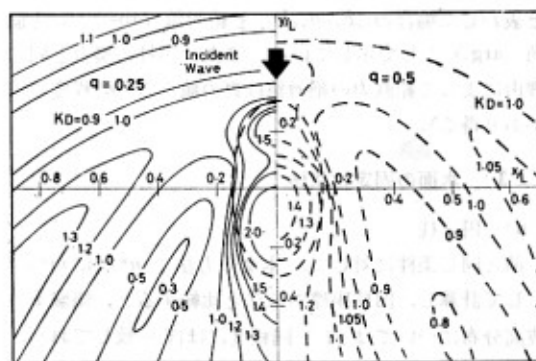


Fig. 9

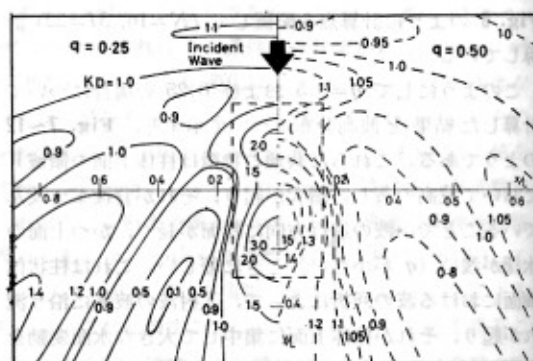


Fig. 12

Table 2 Numerical Values of Coefficients for Semi-Immersed Elliptic Cylinder
($b/h=2.5$, $a/b=0.5$, $q=0.5$, $\sigma^2 h/g=0.5$, $kb=1.930$)

j	F_i	$F_2(1)$	$F_2(2)$	$F_2(3)$	$F_2(4)$
16	-0.818+0.108 i	-0.074+0.022 i	-0.023-0.001 i	-0.005+0.000 i	0.004+0.000 i
1	-0.776+0.075 i	-0.052+0.016 i	-0.030-0.003 i	-0.042-0.002 i	-0.002+0.000 i
2	-0.666-0.028 i	-0.058+0.005 i	-0.025-0.007 i	-0.030-0.007 i	-0.001+0.000 i
3	-0.526-0.115 i	-0.054-0.029 i	-0.013-0.010 i	0.001+0.001 i	0.003+0.003 i
4	-0.343-0.125 i	0.019-0.060 i	-0.000-0.012 i	-0.000+0.005 i	0.000+0.004 i
5	-0.273+0.054 i	0.089-0.011 i	0.011-0.007 i	-0.001+0.000 i	-0.003+0.002 i
6	-0.351+0.265 i	0.075+0.028 i	0.018+0.001 i	0.023+0.003 i	0.001+0.001 i
7	-0.485+0.479 i	0.058+0.041 i	0.017+0.008 i	0.025+0.013 i	0.002+0.001 i
8	-0.494+0.537 i	0.071+0.056 i	0.012+0.007 i	0.003+0.002 i	-0.002-0.001 i
j	\bar{F}_i	$\bar{F}_2(1)$	$\bar{F}_2(2)$	$\bar{F}_2(3)$	$\bar{F}_2(4)$
16	0.179-0.740 i	0.352-0.106 i	0.348+0.008 i	-0.468+0.024 i	0.074+0.006 i
1	0.095-0.747 i	0.247-0.080 i	0.885+0.074 i	-0.866-0.042 i	-0.021+0.002 i
2	0.228-0.648 i	0.297-0.039 i	0.677+0.183 i	-0.702-0.154 i	-0.006+0.003 i
3	0.314-0.466 i	0.297+0.153 i	0.185+0.155 i	-0.306-0.225 i	0.080+0.066 i
4	0.082-0.339 i	-0.105+0.364 i	0.004+0.184 i	0.028-0.367 i	0.003+0.155 i
5	-0.175-0.375 i	-0.479+0.057 i	-0.165+0.109 i	0.339-0.141 i	-0.067+0.046 i
6	-0.227-0.488 i	-0.380-0.155 i	-0.482-0.018 i	0.551+0.063 i	0.010+0.006 i
7	-0.204-0.549 i	-0.278-0.201 i	-0.488-0.230 i	0.520+0.266 i	0.017+0.011 i
8	-0.247-0.577 i	-0.332-0.263 i	-0.184-0.112 i	0.292+0.196 i	-0.035-0.019 i
j	$\phi(0)$	$\phi(1)$	$\phi(2)$	$\phi(3)$	
16	-1.232-0.376 i	-0.048-0.001 i	-0.009-0.001 i	-0.006-0.000 i	
1	-1.204-0.422 i	-0.060-0.005 i	0.007-0.000 i	0.000-0.001 i	
2	-1.008-0.609 i	-0.052-0.014 i	0.003-0.000 i	-0.001-0.001 i	
3	-0.717-0.771 i	-0.030-0.024 i	-0.007-0.006 i	-0.004-0.004 i	
4	-0.280-0.837 i	-0.001-0.034 i	-0.000-0.010 i	-0.000-0.006 i	
5	0.070-0.651 i	0.027-0.016 i	0.006-0.004 i	0.004-0.003 i	
6	0.200-0.393 i	0.037+0.001 i	-0.004-0.001 i	0.000-0.001 i	
7	0.212-0.120 i	0.033+0.016 i	-0.005-0.003 i	-0.001-0.001 i	
8	0.208-0.063 i	0.026+0.015 i	-0.005-0.003 i	0.003+0.002 i	
j	$\bar{\phi}(0)$	$\bar{\phi}(1)$	$\bar{\phi}(2)$	$\bar{\phi}(3)$	
16	-0.701+0.149 i	-0.714-0.011 i	0.138+0.012 i	0.046+0.004 i	
1	-0.873+0.073 i	-1.787-0.146 i	-0.062+0.004 i	-0.000+0.003 i	
2	-0.823-0.049 i	-1.370-0.366 i	-0.029+0.003 i	0.006+0.005 i	
3	-0.526-0.303 i	-0.385-0.318 i	0.154+0.126 i	0.038+0.032 i	
4	0.149-0.613 i	-0.005-0.386 i	0.007+0.303 i	0.002+0.055 i	
5	0.778-0.139 i	0.350-0.221 i	-0.126+0.088 i	-0.031+0.022 i	
6	0.830+0.235 i	0.983+0.042 i	0.034+0.013 i	-0.001+0.003 i	
7	0.687+0.425 i	0.991+0.469 i	0.047+0.028 i	0.004+0.004 i	
8	0.582+0.443 i	0.383+0.236 i	-0.064-0.033 i	-0.022-0.012 i	

Table 3 Total Forces to Submerged Cylinder

		$\sigma^2 h/g=0.5$, $b/h=2.5$, $kb=1.930$, $a/b=0.5$											
		$q=0.50$						$q=0.25$					
Incident Angle ω	Shape	$F(x)/\rho g \zeta_0 h^2$		$F(y)/\rho g \zeta_0 h^2$		$F(z)/\rho g \zeta_0 h^2$		$F(x)/\rho g \zeta_0 h^2$		$F(y)/\rho g \zeta_0 h^2$		$F(z)/\rho g \zeta_0 h^2$	
		Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.
0°	Ellipse	3.58	-0.40 π	0	0	7.38	0.07 π	6.11	-0.31 π	0	0	7.38	0.33 π
	Rectangle	4.08	-0.39 π	0	0	7.52	0.11 π	6.63	-0.28 π	0	0	6.49	0.31 π
45°	Ellipse	2.12	-0.40 π	1.58	-0.43 π	6.35	0.10 π	3.68	-0.30 π	2.26	-0.28 π	6.49	0.42 π
	Rectangle	2.28	-0.39 π	1.90	-0.39 π	5.76	0.14 π	3.78	-0.27 π	1.45	-0.22 π	4.69	0.43 π
90°	Ellipse	0	0	1.82	-0.42 π	5.48	0.14 π	0	0	2.68	-0.25 π	6.18	0.50 π
	Rectangle	0	0	1.98	-0.40 π	4.51	0.20 π	0	0	1.47	-0.00 π	4.26	0.78 π
		$\sigma^2 h/g=1.0$, $b/h=2.5$, $kb=3.00$, $a/b=0.5$											
0°	Ellipse	2.73	-0.40 π	0	0	4.64	0.14 π	2.80	-0.24 π	0	0	4.91	0.33 π
45°	Ellipse	1.13	-0.36 π	0.58	-0.38 π	2.47	0.21 π	1.18	-0.01 π	1.14	1.20 π	0.58	0.09 π
90°	Ellipse	0	0	0.24	-0.13 π	1.22	0.46 π	0	0	1.49	0.97 π	3.40	1.38 π

Table 4 Total Forces and Moments to Semi-immersed Cylinder

$a^2/hg=0.5, b/h=2.5, kb=1.930, a/b=0.5, q=0.5$													
Incident Angle α	Shape	$F(x)/\rho g \zeta_0 h^3$		$F(y)/\rho g \zeta_0 h^3$		$F(z)/\rho g \zeta_0 h^3$		$T(x)/\rho g \zeta_0 h^3$		$T(y)/\rho g \zeta_0 h^3$		$T(z)/\rho g \zeta_0 h^3$	
		Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.	Abs.	Arg.
0°	Ellipse	3.78	-0.439 π	0	0	6.05	-0.242 π	0	0	3.62	-0.438 π	0	0
	Rectangle	4.54	-0.441 π	0	0	8.66	-0.251 π	0	0	5.45	-0.441 π	0	0
45°	Ellipse	2.20	-0.438 π	1.60	-0.547 π	4.96	-0.238 π	4.69	-0.549 π	2.20	-0.440 π	1.80	0.029 π
	Rectangle	2.57	-0.435 π	1.21	-0.626 π	5.73	-0.280 π	7.98	-0.610 π	3.13	-0.436 π	2.89	0.032 π
90°	Ellipse	0	0	1.81	-0.555 π	3.99	-0.233 π	5.85	-0.552 π	0	0	0	0
	Rectangle	0	0	1.56	-0.602 π	3.62	-0.317 π	8.94	-0.605 π	0	0	0	0
$a^2/hg=0.5, b/h=2.5, kb=1.930, a/b=0.5, q=0.25$													
0°	Ellipse	1.69	-0.491 π	0	0	6.25	-0.232 π	0	0	2.65	-0.491 π	0	0
	Rectangle	1.75	-0.513 π	0	0	8.36	-0.277 π	0	0	4.39	-0.513 π	0	0
45°	Ellipse	0.978	-0.494 π	0.780	-0.571 π	5.12	-0.241 π	4.42	-0.573 π	1.62	-0.494 π	0.768	0.009 π
	Rectangle	0.890	-0.521 π	0.910	-0.605 π	6.42	-0.282 π	7.06	-0.613 π	2.44	-0.519 π	1.12	0.003 π
90°	Ellipse	0	0	0.890	-0.580 π	4.13	-0.251 π	5.45	-0.576 π	0	0	0	0
	Rectangle	0	0	0.923	-0.631 π	4.82	-0.294 π	8.67	-0.616 π	0	0	0	0

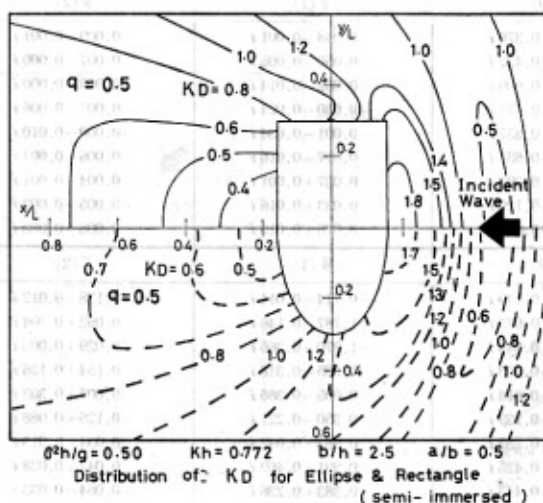


Fig. 13

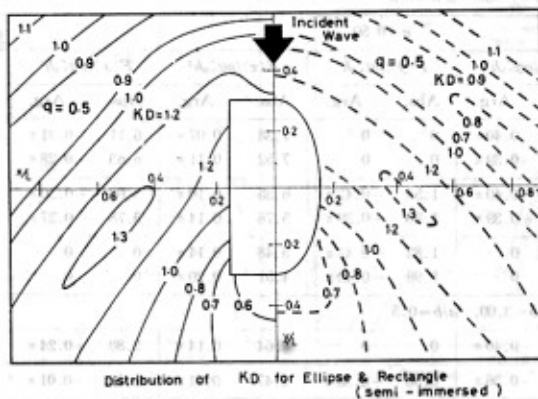


Fig. 14

π および 8.50 ; -0.421π で実用上ほぼ満足すべき一致を示している。

b) 楕円および矩形柱状体

前と同じ条件で $n^*=4$, $m^*=3$ として、楕円における $\omega=0^\circ$ の場合に対して係数値を示すと **Table 2** のようで、**Table 1** と同様に収束は良好である（この場合も $n_0=3$, $m_0=1$ である。また **Table 1** および **2** では $j=16$ および $1\sim 8$ についてだけ示しているが、 $\omega=0$ の場合は x 軸について対称な計算点では係数値は同じであるため省略している）。

このような計算の結果、領域 I の波高分布の例を楕円と矩形を比較して示すと **Fig. 13~15** のようで、当然のことであるが矩形のほうが柱体前面の波高は大きく、背後で小さいことが分る。図には示さないが、 $q=0.25$ の場合は $q=0.5$ の場合より反射および回折の影響が少ないため、 K_d の値は全体的に変動が小さくなるが、分布の形は類似である。

柱状体に作用する流体力および式 (3.20) で $z_0=-qh$ において点 $(0, 0, -qh)$ を通る x, y, z 軸に平行な軸に関するモーメントを計算した結果は **Table 4** に示すようで、水平力と対応するモーメント(すなわち、 F_x と T_y ; F_y と T_x) は同じ位相にあり、また多くの場合隅角部をもつ矩形のほうが水平力もモーメントも大きい

とが分る。

5. むすび

以上述べたように、鉛直軸をもつ柱状体であれば、その断面形が円に限らず任意の形をもつ場合でも、Green関数と速度ポテンシャルの接続法とによって、比較的容易に波の散乱や流体力を計算することができるのである。

ここでは例として楕円と矩形が単独に存在する場合について述べたが、単独の柱状体に限らず、任意の異なった断面のものがいくつあっても、この計算法が容易に拡張される。さらにまた、この方法をすでに発表した著者の矩形断面物体または円柱状浮体の運動の解析法^{7), 8)} に応用して、一般形状の浮体の3次元運動を解くことができるのである。これについては、引続き報告する予定である。

参考文献

- 1) Newman, J.N.: Propagation of Water Waves Past Long Two-Dimensional Obstacles, J.M.F. Vol. 23, Part 1, 1965.
- 2) Mei, C.C. and J.L. Black: Scattering of Surface Waves by Rectangular Obstacles in Water of Finite Depth, J.M.F. Vol. 38, Part 3, 1969.
- 3) 井島武士・佐々木富雄: 潜堤の効果に関する理論的研究, (I) 不透透潜堤, 土木学会第18回海岸工学講演会論文集, 1971.
- 4) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 潜堤の効果に関する理論的研究, (II) 透過潜堤, 土木学会第19回海岸工学論文集, 1972.
- 5) Black, J.L., C.C. Mei and M.C.G. Bray: Radiation and Scattering of Water Waves by Rigid Bodies, J.F.M. Vol. 46, Part 1, 1971.
- 6) Garret, C.J.R.: Wave Forces on a Circular Dock, J.F.M. Vol. 46, Part 1, 1971.
- 7) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形, 土木学会論文報告集, 第202号, 1972.
- 8) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 有限水深の波による円柱状浮体の運動, 土木学会論文報告集, 第206号, 1972.
- 9) 井島武士・江口泰彦・小林 彰: 透過性防波堤と岸壁に関する研究, 土木学会第18回海岸工学論文集, 1971.
- 10) 井島武士・岡 宗仁・湯村やす: 任意形状の透過および不透透防波堤による波の散乱と流体力, 土木学会論文報告集, 第225号, 1974.

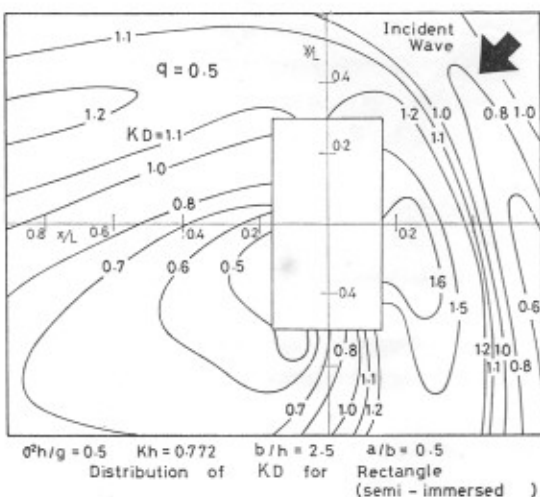


Fig. 15