

# 任意反射率防坡堤或岸壁之港池水面振動數值分析

周宗仁\* 林昭圭\*\*

## 摘 要

本研究爲了討論當港池配置有任意反射率之防波堤及岸壁時，港池水面之振動現象，乃提出一個消能係數 $\alpha$ 來表示消波性結構物之消波特性，並藉以決定消波結構物邊界上之邊界條件。利用此一與反射率有關之係數，我們可以建立一個非常簡單之港池水面振動數值計算模式。在計算例中，首先與 Ippen & Goda 之計算結果相比較，其趨勢相當吻合。其次，針對一矩形港池及一圓形港池，進行數值計算，以討論當港澳岸壁之反射率係數不同時，對港內水面振動之影響。同時，也證明利用本研究中所提出之消能係數 $\alpha$ ，所建立之數值模式，可以適當地反應出實際之港灣內具任意反射率之防波堤或岸壁之水面振動情況，而且當港內之消波設施有任何更動時，本模式不需作大幅度之修改。

## 一、前 言

本研究之目的主要在提出一種數值計算模式，以討論當港池配置有任意反射率之防波堤及岸壁時，港池水面之振動現象。Ippen & Goda<sup>(1)</sup>曾應用 Fourier 轉換分析矩形港池之水面振動現象。Hwang & Tuck<sup>(2)</sup>，Lee<sup>(3)</sup>在假設海岸及岸壁均爲完全反射之不透水直立岸壁之條件下，利用 Green 函數解析一定水深領域之任意形狀港池之水面振動現象。Ijima & Chou<sup>(4)(5)</sup>也曾利用 Green 函數解析一定水深領域與任意水深領域內任意形狀港池之水面振動現象，但假設海岸及岸壁爲完全消波或完全反射之自然海岸。

對於港內有任意反射率之消波岸壁存在時，陳<sup>(6)</sup>(1987)將消波設施視爲一透水性物質領域，利用透水性物質之空隙率、抗力係數以及附加質量係數等特性係數，計算該消波設施對水面振動之影響。但是由於除了這些係數之取得不易外，在數值計算上也因爲多增加透水性領域之考慮，而增加計算時間。同時，若消波設施之配置位置變更時，電腦程式必須作大幅度之改變，在實用上不太方便。

本研究提出一個消能係數 $\alpha$  ( $=\sqrt{1-Kr^2}$ ， $Kr$ ：反射率)，來表示消波性結構物之消波特

\* 國立台灣海洋大學河海工程學系教授

\*\* 國立台灣海洋大學河海工程學系講師

性，並可決定消波結構物邊界上的邊界條件。因此，可以建立一個非常簡單的港池水面振動數值計算模式。由於減少了透水性領域的分割與計算，在模式的建立與計算上均有相當的便利和彈性。蘇、張<sup>(9)</sup>亦曾以類似的構想解析多孔性岸壁之港池共振特性。

在計算例中，首先利用一長寬比為 5 : 1，水深為 4.25 倍港口寬度的矩形港池進行數值計算與 Ippen & Goda 的計算結果相比較，其趨勢相當吻合。其次，針對一長寬各為 5 倍水深的矩形港池，以及開口為 10°，港池半徑為水深 0.75 倍的圓形港池，討論當港澳岸壁的反射率係數不同時，對港內水面振動的影響。

## 二、消波性結構物的消能係數

當波浪作用於非透過性的消波結構物如岸壁時，會影響消波性結構物的反射率的因素大致有二，其一為反射波與入射波間的相位差，雖然兩者間的相位差不會使入射波的能量消耗，但是在某些相位差時，却會使得反射波變小，也就是使反射率變小。另一個因素則為由碎波或摩擦等所引起的能量損失。為了理論分析的方便，我們將兩者均視為能量的消耗，而以一消能係數  $\alpha$  來表示。對於非透過性的消波結構物，消能係數  $\alpha$  與反射係數  $Kr$  具有以下的關係：

$$\alpha^2 + Kr^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

目前的消波結構物大致可歸納為兩類，一種屬於斜坡式結構物，利用斜坡上的粗糙面導致波浪因碎波或摩擦而損失能量；另一種為直立式消波岸壁，利用多孔性物質改變反射波的相位，使反射波與入射波間產生某種相位差，而使反射波變小。如果在結構物上的適當位置取一個假想邊界面時，在假想邊界面上的邊界條件可寫為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = \pm \alpha \frac{k}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \nu : \text{法線} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式中右項之符號係隨法線方向而定。

當  $Kr$  值為 1，即當結構物為完全反射時，在結構物表面上的法線方向流速應該為零。而因  $\alpha$  值為 0，故式 (2) 可以表示為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

因此，在邊界上的條件可以被滿足。

當  $Kr$  為 0，即當結構物為完全消能時， $\alpha$  值為 1，式 (2) 可以表示成下式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = \pm \frac{k}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (4)$$



即滿足在邊界上的質量與能量流束必須連續的條件。由於  $K_r$  介於 0 與 1 之間，因此  $\alpha$  值亦介於 1 與 0 之間。

### 三、理論解析

如圖一所示，在一定水深  $h$  的海域中一任意形狀的港池，將該水域分割成外海領域及一個港內領域，並假定所有岸壁均為具任意反射率的消波性結構物，在靜水面上取座標原點  $O$ ，水平面上取  $X, Y$  軸，而  $Z$  軸為鉛直向上。

首先假設當一定週頻率  $\sigma$  ( $\sigma = 2\pi/T$ ,  $T$ : 波之週期)，振幅為  $\zeta_0$  之簡諧波入射時，流體運動為非壓縮性、無黏性及無迴旋性之理想流體的微小振幅波運動。則各領域之流體運動應持有速度勢  $\Phi(x, y, z; t)$ ，如下式所示：

$$\Phi(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, y, z) e^{-i\sigma t} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式中， $g$  表示重力加速度。而  $\phi(x, y, z)$  應滿足 Laplace 方程式，即

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

在各領域的相關的自由水面與不透水海底的邊界條件為

(1) 自由水面的邊界條件

由於自由水面上的大氣壓力一定及運動學邊界條件，可得

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

(2) 不透水海底的邊界條件

由於假定海底為不透水，其法線方向流速為 0，即

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad \dots\dots\dots (8)$$

各領域的速度勢分別討論如下：

(一) 外海領域之速度勢

若假設在距離港口極遠處的適當位置上，流體運動滿足 Sommerfeld 之輻射條件，可視該處為一假想邊界面。由於水深一定的假設與自由水面及不透水海底的邊界條件，可利用變數分離法，將該領域的速度勢  $\phi_0(x, y, z)$  分離為依自由水面邊界條件而定之，與水深  $z$  有關的已知函數及與

平面位置有關的函數，如下式所示：

$$\phi_0(x, y, z) = \{f^0(x, y) + f^*(x, y)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \dots\dots\dots (9)$$

式中， $k$  為  $kh \tanh kh = \sigma^2 h/g$  的根，而  $f^0$  及  $f^*$  分別為外海領域的入射波及因港口存在所引起的散射波的速度勢。

若入射波為與  $x$  軸呈  $\omega$  角度入射，振幅為  $\zeta_0$  之簡諧波，其水面波形  $\zeta_1(x, y; t)$  以下式表示：

$$\zeta_1(x, y; t) = \zeta_0 \cos [k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t] \quad (\pi \leq \omega \leq 0) \dots\dots\dots (10)$$

則

$$f^0(x, y) = -i \exp [-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)] \dots\dots\dots (11)$$

由(6)及(9)式可得  $f^*$  應為滿足下列 Helmholtz 方程式的未知函數

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k^2 f^* = 0 \dots\dots\dots (12)$$

### (二) 等水深港內領域的速度勢

考慮港內為一等水深之任意形狀水域，由於水深一定的假設與自由水面及不透水海底的邊界條件，亦可利用變數分離法，將該領域的速度勢  $\phi_1(x, y, z)$  可表示為下式：

$$\phi_1(x, y, z) = f^1(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \dots\dots\dots (13)$$

式中， $f^1$  為港內領域中之繞射波之速度勢。

由式(6)， $f^1$  應為滿足下列 Helmholtz 方程式之未知函數

$$\frac{\partial^2 f^1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^1}{\partial y^2} + k^2 f^1 = 0 \dots\dots\dots (14)$$

### (三) 假想邊界面上的邊界條件

在圖一中外海領域與港內領域相接的假想邊界面上  $\overline{AB}$ ，由於需滿足兩流體領域的流體運動所引起的質量與能量流束必須連續的條件，即在假想邊界面上，

$$\frac{\partial}{\partial \nu} \phi_0(\xi, \eta, z) = \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_1(\xi, \eta, z) \dots\dots\dots (15)$$

$$\phi_0(\xi, \eta, z) = \phi_1(\xi, \eta, z) \quad \dots\dots\dots (16)$$

消波性結構物上的邊界條件

由式(4)可以得到

$$[\overline{f^0} + \overline{f^*}] = ik\alpha^* [f^0 + f^*] \quad \text{在海岸線 } \overline{AB} \text{ 及 } \overline{CD} \text{ 上} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\overline{f^1_2} = -ik\alpha_2 f^1_2 \quad \text{在港內的消波性結構物上} \quad \dots\dots\dots (18)$$

式中， $\overline{f^0}$  及  $\overline{f^*}$  分別為外海領域的入射波及因港口存在所引起的散射波的速度勢在法線方向的導函數。 $\alpha^*$  及  $\alpha_2$  分別為港外及港內消波結構物的消波係數。

利用周<sup>(7)</sup>所述的原理，應用 Green 函數，對於等水深流體領域內任意一點的速度勢  $f(x, y)$ ，可以用其幾何學邊界上的速度勢  $f(\xi, \eta)$  及其法線方向一次導函數  $\partial f(\xi, \eta)/\partial \nu$ ，以下列方程式表示

$$cf(x, y) = \int [f(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} (-\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kR)) - (-\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kR)) \frac{\partial}{\partial \nu} f(\xi, \eta)] ds \quad \dots\dots\dots (19)$$

式中，

$$R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$$

$$c = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{在邊界面上} \\ 1 & \text{在領域內} \end{cases}$$

$\nu$ ：邊界上之法線，取向外為正。

$H_0^{(1)}(kR)$ ：第 1 種 0 次 Hankel 函數。

對任意形狀的邊界面，式(19)無法直接求其理論解，而必須利用數值解析方法求解。由周<sup>(7)</sup>可得外海及港內領域的積分方程式分別如下：

(一)等水深外海領域

$$\{F^*\} = [K^*] \{\overline{F^*}\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

式中，

$$\left. \begin{aligned} \{F^*\} &= f^*(\xi_j, \eta_j) \\ \{\overline{F^*}\} &= \overline{f^*}(\xi_j, \eta_j) \end{aligned} \right] \quad (j = 1, 2, \dots, N, N \text{ 為分割元素數}) \quad \dots\dots\dots (21)$$



(二) 等水深港內領域

$$\{F^1\} = [K^1] \{\bar{F}^1\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

式中，

$$\left. \begin{aligned} \{F^1\} &= f^1(\xi_j, \eta_j) \\ \{\bar{F}^1\} &= \bar{f}^1(\xi_j, \eta_j) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

有關  $[K^*]$ ， $[K^1]$  等係數請參考周<sup>(7)</sup>。

如依各邊界面分割並以矩陣形式表示時，在等水深外海領域上

$$\begin{Bmatrix} F_1^* \\ F_2^* \\ F_3^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* & K_{13}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* & K_{23}^* \\ K_{31}^* & K_{32}^* & K_{33}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^* \\ \bar{F}_2^* \\ \bar{F}_3^* \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (21)$$

在等水深港內領域內

$$\begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_2^1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 \\ K_{21}^1 & K_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^1 \\ \bar{F}_2^1 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (22)$$

(21) 式中之腳註 1, 2, 3 分別表示海岸線  $\overline{AB}$ ，港口  $\overline{BC}$ ，海岸線  $\overline{CD}$  部份。

(22) 式中之腳註 1, 2 分別表示港口及港內岸壁部份。

而在外海領域與港內領域相接的假想邊界面上，由式 (15)，(16) 可得

$$F_2^0 + F_2^* = F_1^1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\bar{F}_2^0 + \bar{F}_2^* = \bar{F}_1^1 \quad \dots\dots\dots (24)$$

由式 (22) 展開並代入式 (18) 的邊界條件，可得

$$F_2^1 = T \bar{F}_1^1 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$F_1^1 = S \bar{F}_1^1 \quad \dots\dots\dots (26)$$

式中，

$$T = [ ik K_{22} \alpha_2 + I ] K_{21} \dots\dots\dots (27)$$

$$S = K_{11} - ik K_{12} \alpha_2 T \dots\dots\dots (28)$$

由式 (23), (24) 代入式 (26) 中及式 (17) 的邊界條件, 可得

$$\begin{Bmatrix} F_1^* \\ F_2^* \\ F_3^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} ik\alpha_1^* [ F_1^0 + F_1^* ] - F_1^0 \\ S^{-1} [ F_2^0 + F_2^* ] - F_2^0 \\ ik\alpha_3^* [ F_3^0 + F_3^* ] - F_3^0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

將式 (29) 代入式 (21) 中, 可得

$$\{ F^* \} = [ Q ]^{-1} [ K^* ] \{ B \} \dots\dots\dots (30)$$

式中,

$$[ Q ] = \begin{bmatrix} K_{11}^* ik\alpha_1^* - I & K_{12}^* S^{-1} & K_{13}^* ik\alpha_3^* \\ K_{21}^* ik\alpha_1^* & K_{22}^* S^{-1} - I & K_{23}^* ik\alpha_3^* \\ K_{31}^* ik\alpha_1^* & K_{32}^* S^{-1} & K_{33}^* ik\alpha_3^* - I \end{bmatrix} \dots\dots\dots (31)$$

$$[ K^* ] = \begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* & K_{13}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* & K_{23}^* \\ K_{31}^* & K_{32}^* & K_{33}^* \end{bmatrix} \dots\dots\dots (32)$$

$$\{ B \} = \begin{Bmatrix} ik\alpha_1^* F_1^0 - \bar{F}_1^0 \\ S^{-1} F_2^0 - \bar{F}_2^0 \\ ik\alpha_3^* F_3^0 - \bar{F}_3^0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

由式 (30) 可解得外海領域散射波之速度勢  $F_1^*$ 、 $F_2^*$ 、 $F_3^*$ , 代入式 (29) 可得速度勢在法線方向的導函數  $\bar{F}_1^*$ 、 $\bar{F}_2^*$ 、 $\bar{F}_3^*$ 。而由式 (23) (24) 計算  $F_1^1$  及  $\bar{F}_1^1$ , 代入式 (25) 及 (19) 可得  $F_2^1$  及  $\bar{F}_2^1$ , 而求得各領域邊界上的速度勢, 進而由式 (20) 分別計算各領域內水平面上各分佈點的波高與入射波高的比值  $K_d$  如下:

$$Kd^{(0)} = | f^0(x, y) + f^*(x, y) | \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$Kd^{(1)} = | f^1(x, y) | \quad \dots\dots\dots (35)$$

## 四、計算例

圖二的一●一線為 Ippen & Coda 的計算所得的矩形港池水面共振圖，一◆一線為其他研究所得結果，實線則為本數值模式計算所得結果，比較其趨勢相當吻合。（圖中縱座標之  $\zeta$  表示水面波形）。

其次，本文也採用長寬及水深比為 5 : 5 : 1 的矩形港池，與一港池開口  $10^\circ$ ，半徑為 0.75 倍水深的圓形港池（如圖三及圖四所示）作為計算例，而在港澳處配置消波性岸壁，其餘則為全反射的岸壁，以了解消波結構物的反射率對港內水面靜穩度的影響。港澳岸壁的反射率分別選擇  $Kr=1, 0.75, 0.5, 0.25, 0$  等五種情形，而入射波採用垂直於海岸線方向入射的波浪。計算結果選取港澳中央岸壁前的觀測點（以（●）標示於圖三及圖四中）繪製不同反射率的水面共振圖，矩形港池的比較如圖五所示，圓形港池的比較如圖十所示。並選取當  $\sigma^2 h/g = 0.5$  及  $1.5$  時繪製沿中央斷面的水面振動線，矩形港池如圖六及圖七所示，圓形港池如圖十一及圖十二所示。水面的波高分佈情形選取  $\sigma^2 h/g = 1.5$ ，繪製  $Kr = 1, 0.75, 0.5, 0.25$  時的等波高分佈圖， $Kr = 0$  的波高分佈因與  $Kr = 0.25$  時相近，因此予以省略。矩形港池如圖八及圖九所示，圓形港池如圖十三及圖十四所示。

圖五至圖九為矩形港池的計算結果，圖五中可以看到當  $Kr < 1$  時，港池內的共振趨勢將迅速地減小，這種現象顯示出港內岸壁配置有消波性結構物時，對港內水面振動的確有相當大的影響。但是當  $Kr$  降到 0.5 以下時，港內水面振動則沒有多大的變化，這種情形從圖六及圖七中所顯示的沿港池中央斷面的水面振動，也可以觀察到。而圖八及圖九可以更明顯地看出反射率為 1 時港內有最大的水面振動，而隨著反射率的降低，港內的水面振動趨向於一個較為平穩的水面波高分佈。

同樣地，由圖十至圖十四中也可以看出在圓形港池中，港澳為完全反射岸壁或具反射率的消波結構物，港內的水面振動與上述矩形港池時有相同的趨勢。

探討以上的兩個計算例，可以確定的是港內岸壁的反射率對於港內的水面波動影響很大。但是，由以上兩個計算例中取固定長度的岸壁，改變其反射率而進行的計算與討論中也可以發現，對於一個固定長度的消波設施而言，減小它的反射率是有助於改善港內的水面振動，然而這種改善的效果却會在反射率降到某一程度以後顯得事倍功半，對港內水面振動的改善沒有多大的助益。如果想要繼續改善港內的水面振動，則應該設法增加消波性結構物的長度。

綜合以上的討論可證明本數值模式的計算結果可以適當地反應出港內具不同反射率的消波性結



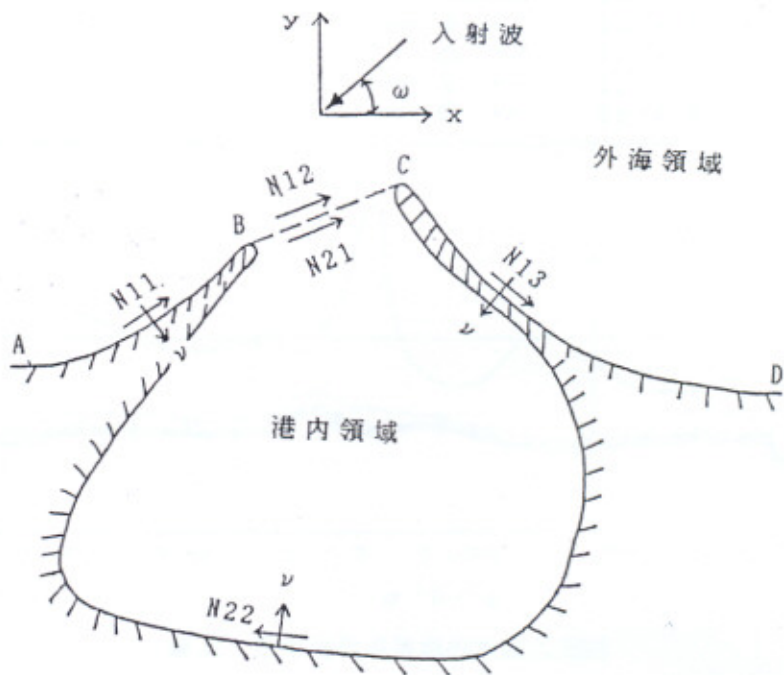
構物時，對港內波高分佈的影響。

## 五、結 論

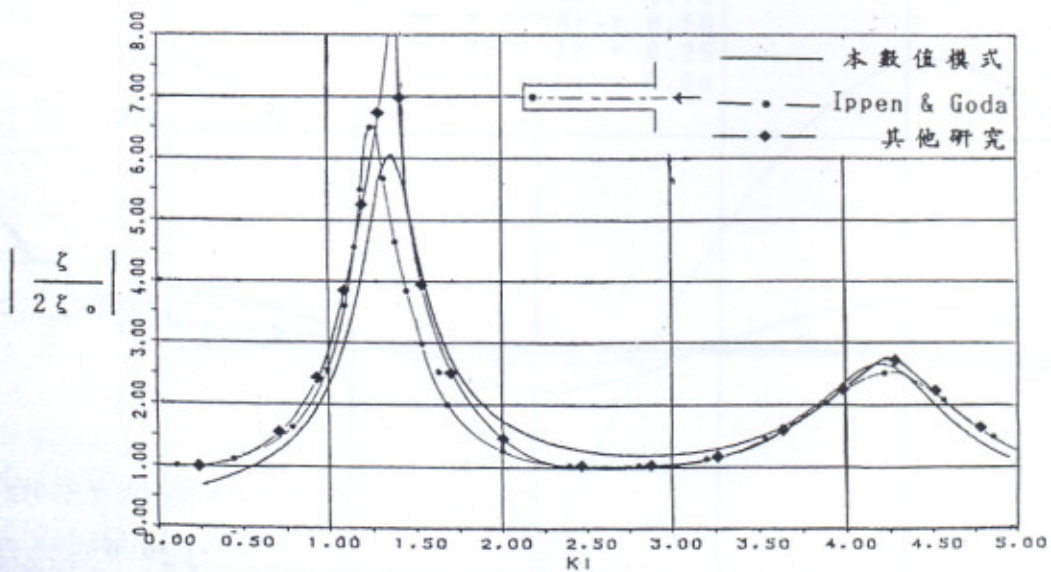
利用本研究中所提出的消能係數 $\alpha$ ，而建立的數值模式，在計算任意反射率防波堤或岸壁的港池水面振動時，由於只需輸入港池的形狀及防波堤或岸壁的反射率，如前言中所述對於資料的取得與輸入相當地便利，且由於採用邊界元素法進行數值計算，可依邊界上的元素分割個別輸入該元素的反射率係數，對於實際的港灣內具任意反射率的防波堤或岸壁的情況，相當適用。

## 參考文獻

1. Ippen, A.T. & Goda, Y. "Wave Induced Oscillations in Harbours: The Solution for A Rectangular Harbour Connected to the Opensea" Hydrodynamic Lab., Report No.59., 1963.
2. Hwang L-S and Tuck, E.O. "On the oscillation of harbours of arbitrary shape" J. Fluid Mech. 42, Part 3, pp.447-464, 1970.
3. Lee J.J. "Wave induced oscillations in harbours of arbitrary geometry" J. Fluid Mech. 145, pp.375-394, 1971.
4. Takeshi Ijima and C.R. Chou "Wave-Induced Oscillations in Harbours with Various Boundary Conditions" 日本九州大學工學集報第48卷，第5號，第1報，1975。
5. Takeshi Ijima and C.R. Chou "Wave-Induced Oscillations in Harbours with Various Boundary Conditions" 日本九州大學工學集報第48卷，第5號，第2報，1975。
6. 陳斌哲 "消波設施對港池靜穩度之影響" 國立臺灣海洋學院河海工程研究所，碩士班論文，1987。
7. 周宗仁 "邊界元素法在波浪力學之應用" 臺灣海洋學院河海工程學會，民國七十二年元月。
8. 蘇青和，張金機 "多孔岸壁之港池共振特性研究" 第二屆海洋數值研討會，民國七十八年六月。

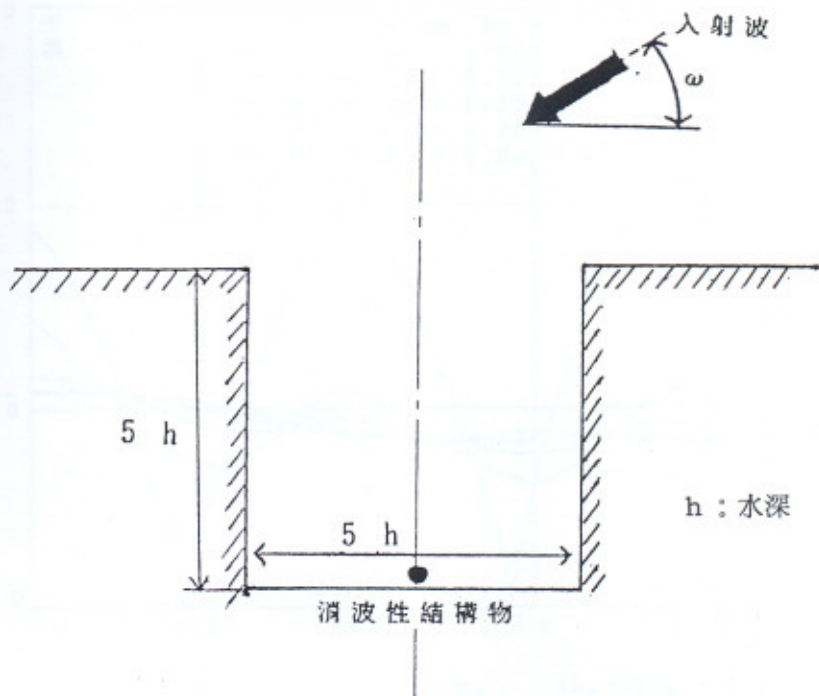


圖一 數值計算定義圖

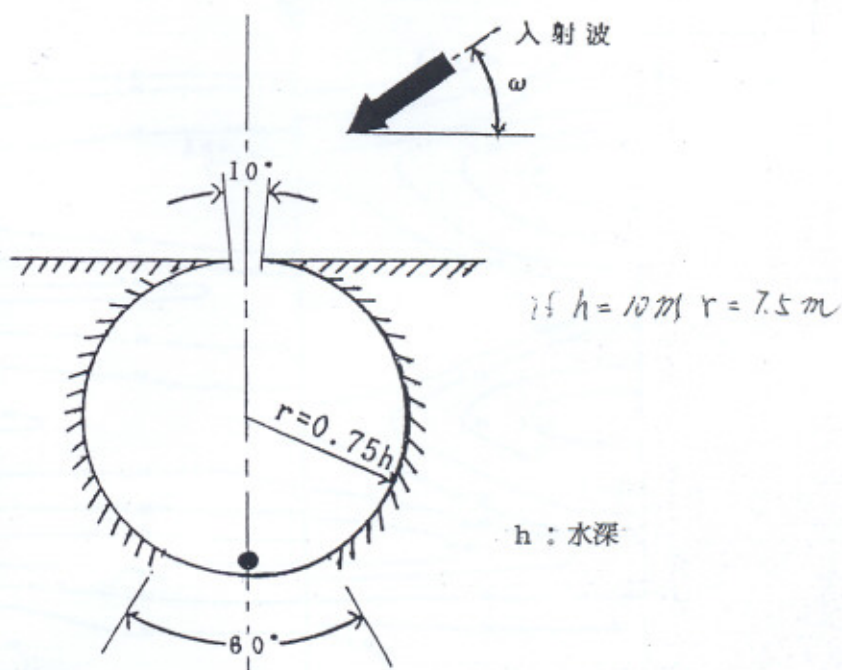


圖二 長寬及水深比為 5:1:4.25 的矩形港池水面共振圖  
(1: 港池縱深)

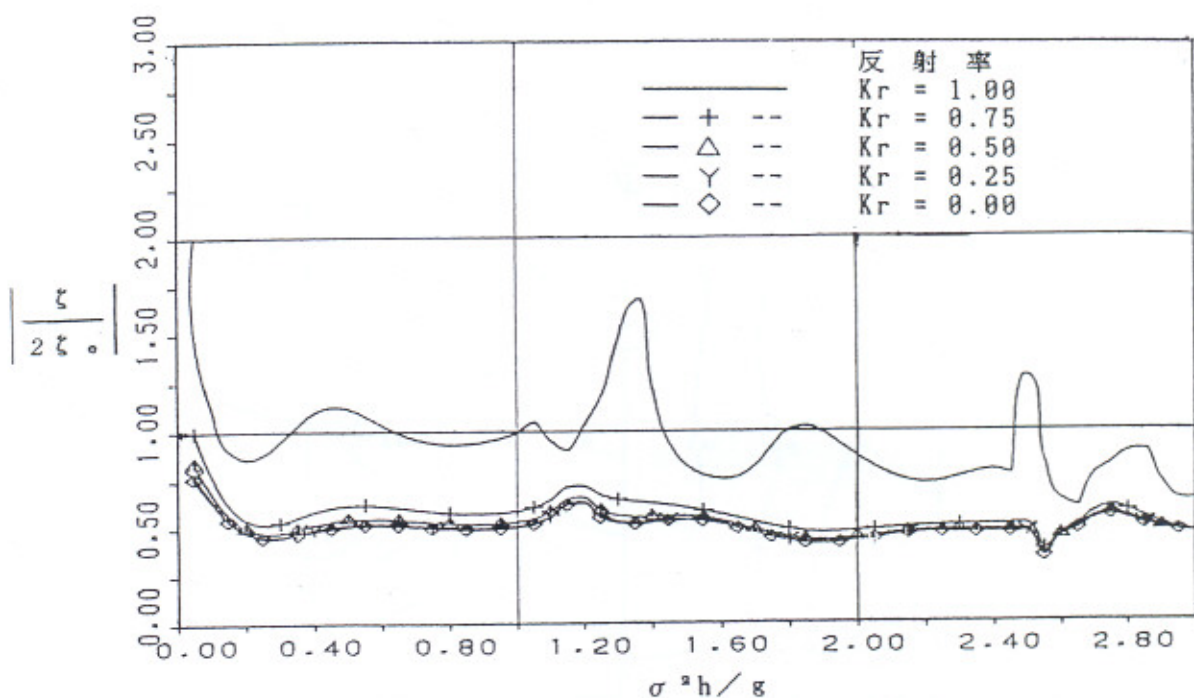




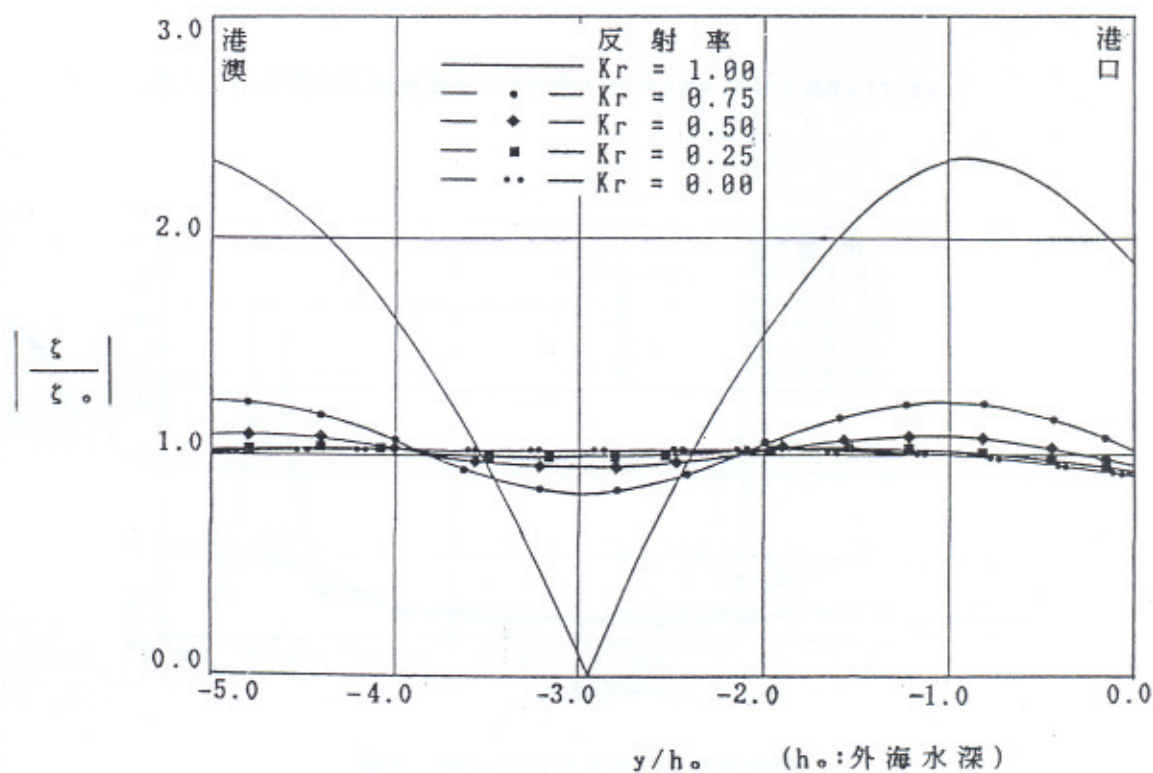
圖三 長寬及水深比為 5 : 5 : 1 的矩形港池



圖四 港池半徑為水深的 0.75 倍的圓形港池

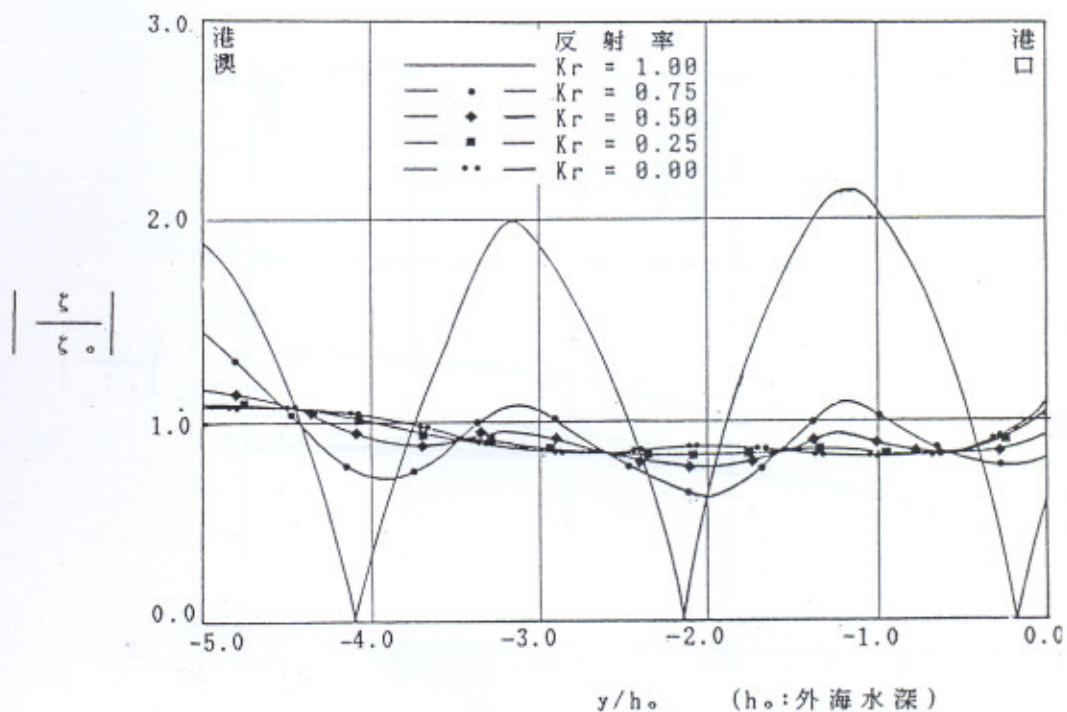


圖五 矩形港池港澳處的水面共振圖

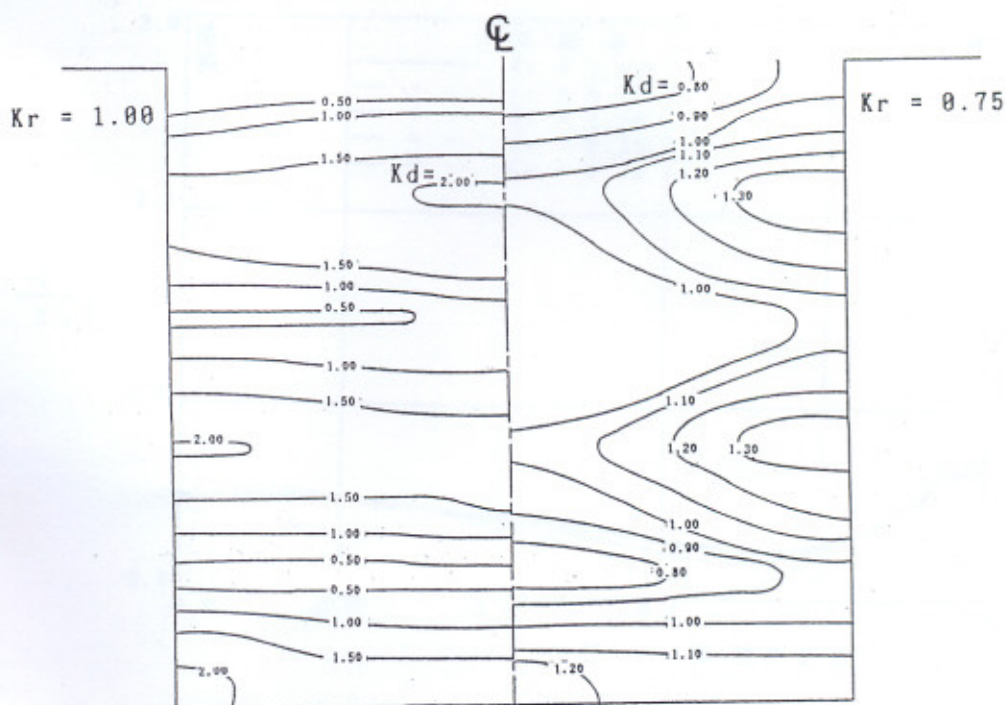


圖六 矩形港池沿中央斷面水面振動圖 ( $\sigma^2 h/g = 0.5$ )

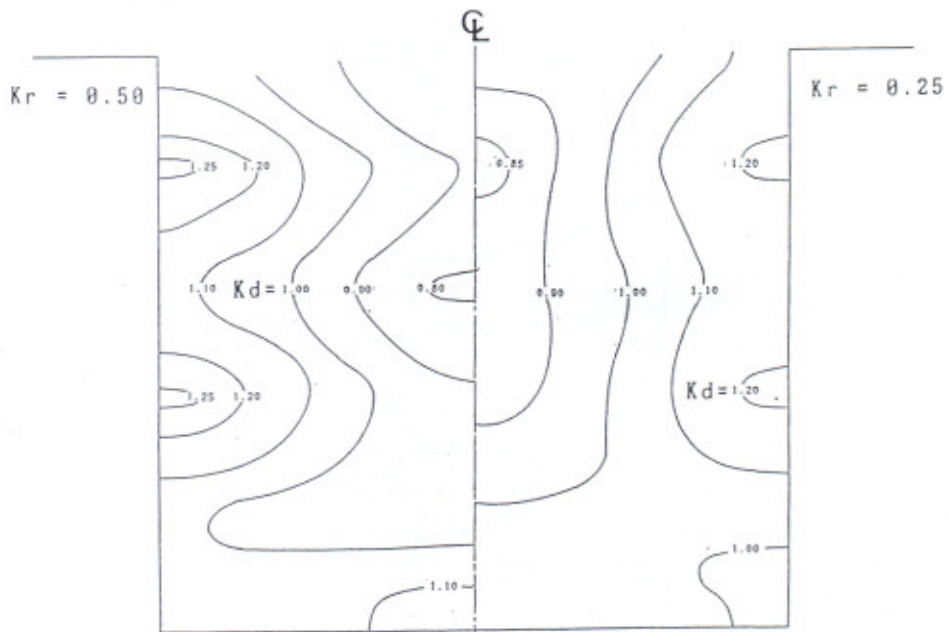




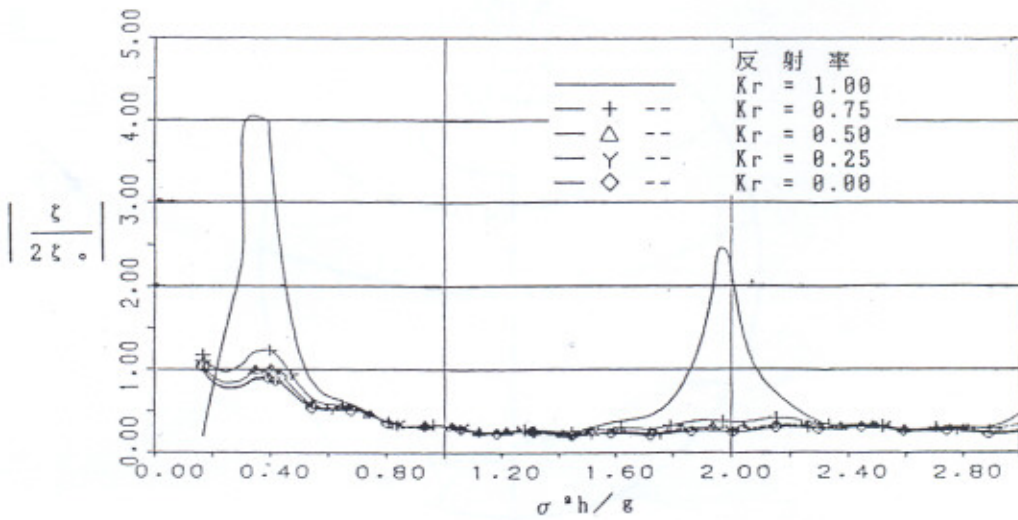
圖七 矩形港池沿中央斷面水面振動圖 (  $\sigma^2 h/g = 1.5$  )



圖八 矩形港池水面波高  $Kd$  分佈圖 (  $\sigma^2 h/g = 1.5$ ,  $Kd = |\xi/\xi_0|$  )

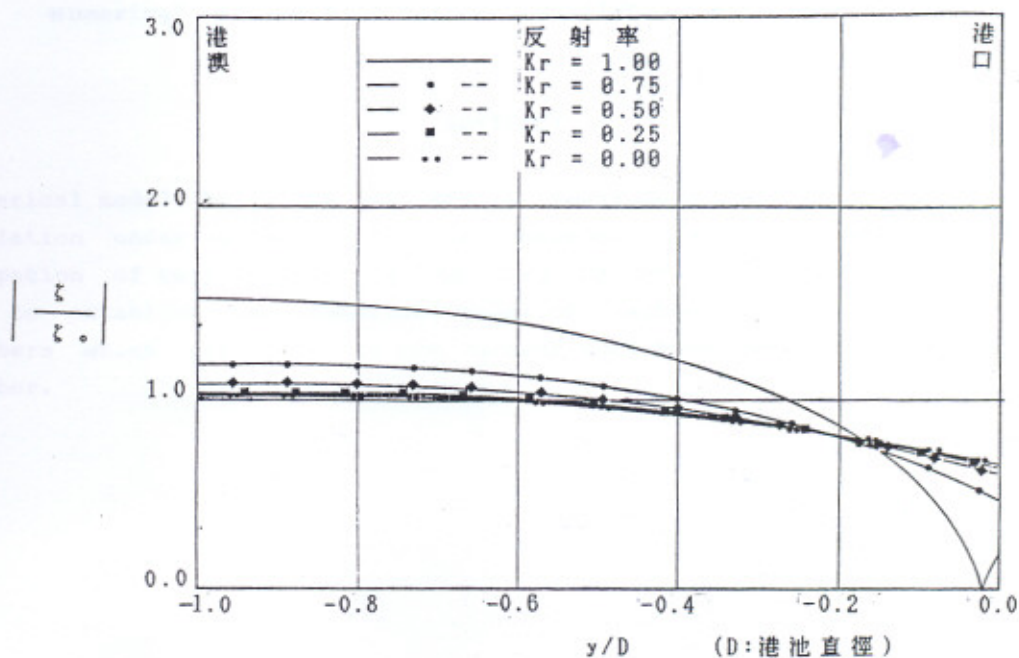


圖九 矩形港池水面波高Kd分佈圖 ( $\sigma^2 h/g = 1.5$ ,  $Kd = |\zeta/\zeta_0|$ )

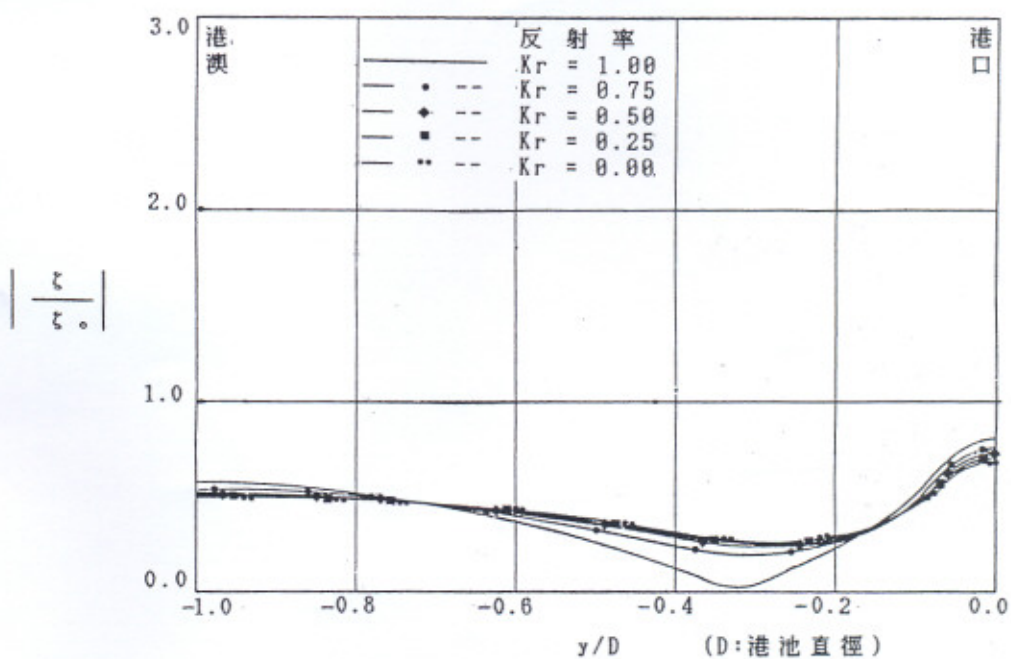


圖十 圓形港池港澳處的水面共振圖

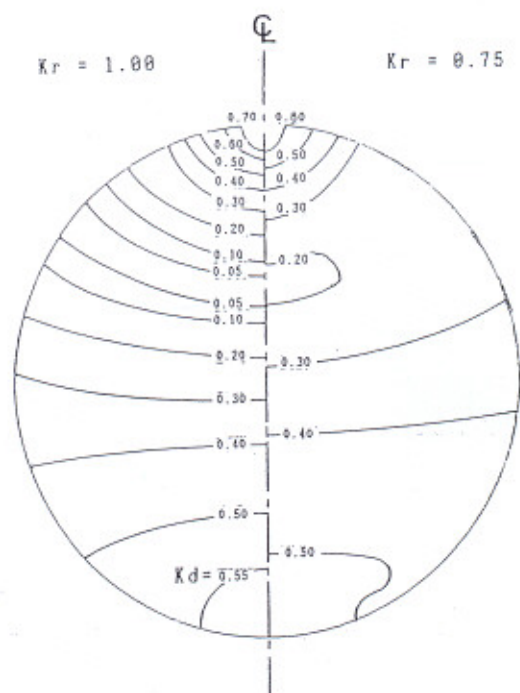




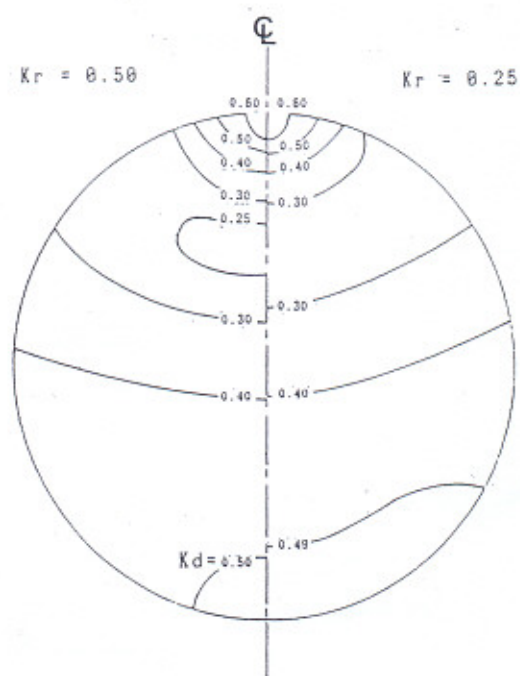
圖十一 圓形港池沿中央斷面水面振動圖 ( $\sigma^2 h/g = 0.5$ )



圖十二 圓形港池沿中央斷面水面振動圖 ( $\sigma^2 h/g = 1.5$ )



圖十三 圓形港池水面波高 $Kd$ 分佈圖 ( $Kd = |s/s$ )



圖十四 圓形港池水面波高 $Kd$ 分佈圖 ( $Kd = |s/s \cdot |$ )

## Numerical Analysis of Harbour Oscillation With Wave Absorber

### ABSTRACT

A numerical model by means of BEM is developed for calculating harbour oscillation under effects of wave absorber. A coefficient of energy dissipation of wave absorber is suggested, by using this coefficient, it is easy to establish the numerical model of harbour oscillation with wave absorbers which are built in the harbour that have several kind of wave absorber.