

波浪作用於直立柱狀體群之研究

II 不透水半潛式固定柱狀體

* 井島武士

** 周宗仁

*** 岳景雲

摘 要

本研究之第一報告說明理論解析不透水潛水式柱狀體群被固定於海底時所引起波之散亂問題之方法。本報告亦採用同樣之解析法說明解析不透水半潛式柱狀群被固定在水面附近，當一定周頻率之正弦波入射時所引起波之散亂問題及作用於各柱狀體之流體力等之方法及其計算結果。

一 前 言

本文討論在一定水深之海域，數個任意斷面形狀之半潛式直立柱狀體被固定在水面附近，一定要頻率之正弦波入射時，波浪作用於各柱狀體之流體壓力及柱狀體群所引起波之散亂問題等之理論解析方法及其計算結果。

作者等曾利用 Green 函數解析在一定水深之海域，持有鉛直側面之海洋構造物引起波之散亂問題。單一半潛式柱狀體之解析法亦在文獻⁽¹⁾發表過，又當潛水式柱狀體群被固定在海底時之解析法，亦在本屆研討會發表⁽²⁾，本解析法亦利用類似之手法解析半潛式固定柱狀體群所引起波之散亂問題。兩者之解析法有共通之處，故本文在公式誘導上為避免重覆有些地方省略，詳細請參照前論文⁽²⁾。

本文以二個並列之橢圓形柱狀體作為計算例，說明作用於各柱狀體之流體壓力，柱狀體群附近之波高分布及柱狀體群所引起之反射波分布。

二 理論解析

1. 假 定

如 Fig.1 所示，在一定水深 h 之海域，數個 (P^* 個) 任意斷面形狀之不透水性柱狀體被固定在水面附近，其底面為水平且在距離靜水面下 $q_p h$ ($1 > q_p \geq 0$) 之水深處，一定周頻率 σ ($= 2\pi/T$, T 為波之周期) 之正弦波入射時，在靜水面上取座標原點 O ，水平面內取 x, y 軸，垂直向上為 z 軸，各柱狀體之斷面形由 x, y 平面內之各閉曲線 D_p ($p=1, 2, \dots, P^*$) 表示之，並依各閉曲線將流體

* 日本九州大學工學部教授

** 海洋學院河海工程學系副教授

*** 海洋學院河海工程研究所研究生兼助教

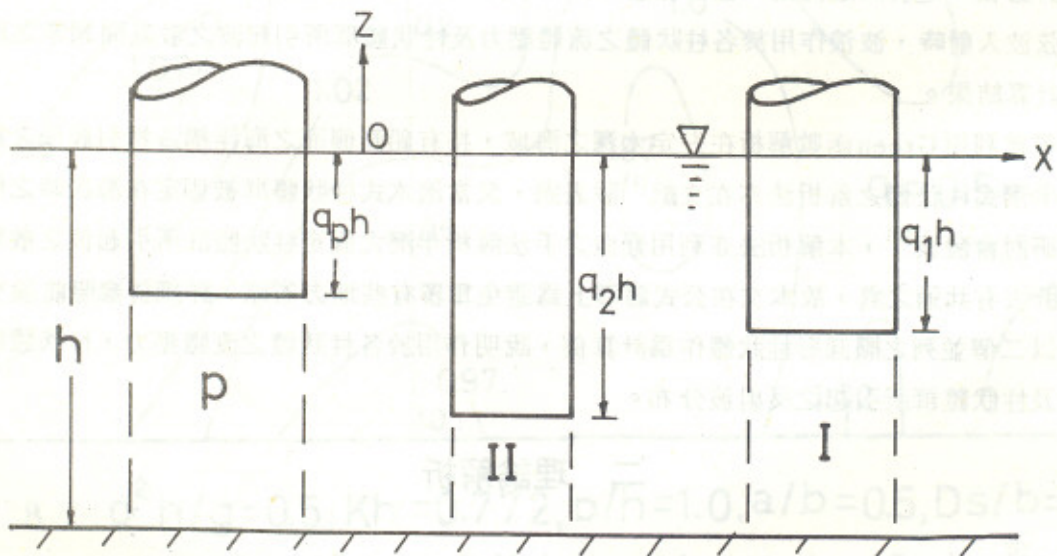
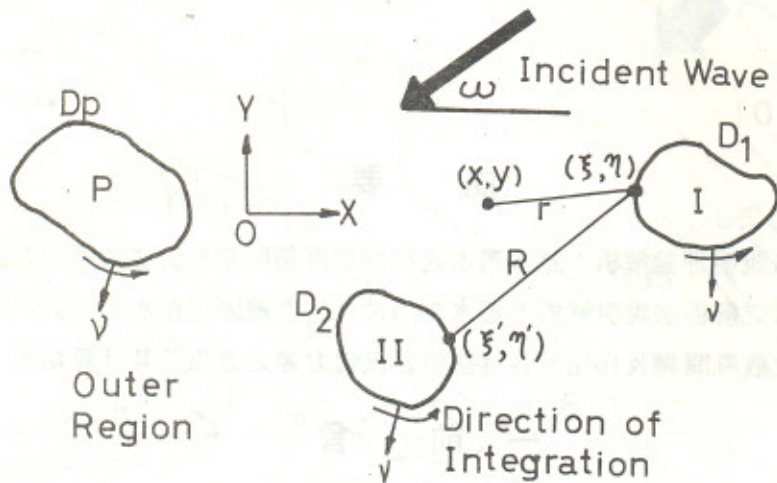


Fig.1 Definition Sketch

領域分為外域及內域 I, II, …… P。

假定各流體領域之流體運動均為非壓縮性理想流體之無渦運動，則各領域均有 $\Phi(x, y, z) \cdot \exp(-i\sigma t)$ 之形式之速度勢存在，同時 $\Phi(x, y, z)$ 滿足下列之 Laplace 方程式。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2-1)$$

2. 柱狀體群領域外之解析

領域外之解析法與前論文⁽²⁾相同，故本文僅列其結果，公式之誘導請參照之。

$$\Phi_{\text{out}}(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left\{ [f_0(x, y) + f_1(x, y)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right\} \quad (2-2)$$

$$f_1(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_t} [\bar{A}_{xj} f_1(\xi_j, \eta_j) - A_{xj} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-3)$$

$$f_2^{(n)}(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_t} [\bar{C}_{xj} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) - C_{xj}^{(n)} \bar{f}_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-4)$$

$$f_1(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_t} [\bar{A}_{ij} f_1(\xi_j, \eta_j) - A_{ij} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-5)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N_t)$$

$$f_2^{(n)}(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_t} [\bar{C}_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) - C_{ij}^{(n)} \bar{f}_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-6)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N_t)$$

$$\{\bar{F}_1\} = \{D\}\{F_1\} \quad (2-7)$$

$$\{\bar{F}_2^{(n)}\} = \{E^{(n)}\}\{F_2^{(n)}\} \quad (2-8)$$

$$\{\bar{F}_1\}_p = \sum_{j=1}^{P^*} \{D_{pj}\}\{F_1\}_j \quad (p = 1, 2, \dots, P^*) \quad (2-9)$$

$$\{\bar{F}_2^{(n)}\} = \sum_{j=1}^{P^*} \{E_{pj}^{(n)}\}\{F_2^{(n)}\}_j \quad (p = 1, 2, \dots, P^*) \quad (2-10)$$

3. 各內域之解析

(i) 各內域之速度勢 $\Phi_p(x, y, z)$ 之表示法

若各內域之速度勢以 $\Phi_p(x, y, z)$ 表示，其流體運動為微小振幅波運動，則其境界條件為：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi_p}{\partial z} &= 0 & z &= -q_p h \\ \frac{\partial \Phi_p}{\partial z} &= 0 & z &= -h \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

滿足上列條件之 (2-1) 式之一般解 $\Phi_p(x, y, z)$ 可以下式表示之。

$$\Phi_P(x, y, z) = \frac{g \zeta_0}{\sigma} \left\{ \varphi_P^{(0)}(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_P^{(n)}(x, y) \cos \bar{S}_P(z + q_P h) \right\} \quad (2-12)$$

但 $\bar{S}_P = s\pi/\bar{q}_P h$ (s 爲整數, $\bar{q}_P = 1 - q_P$), $\varphi_P^{(0)}$ 及 $\varphi_P^{(n)}$ 依 (2-1) 式分別滿足下列方程式。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_P^{(0)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_P^{(0)}}{\partial y^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \varphi_P^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_P^{(n)}}{\partial y^2} - \bar{S}_P^2 \varphi_P^{(n)} &= 0 \end{aligned} \quad (2-13)$$

(ii) 利用 Green 函數表示 $\varphi_P^{(0)}(x, y)$ 及 $\varphi_P^{(n)}(x, y)$ 之方法

利用前論文所述方法, 對 $\varphi_P^{(0)}(x, y)$ 取 $-\frac{1}{\pi} \log(1/kr)$, 對 $\varphi_P^{(n)}(x, y)$ 取 $-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P r)$ 作爲 Green 函數, 則 $\varphi_P^{(0)}$ 及 $\varphi_P^{(n)}$ 可分別由下列積分方程式表示之。

$$\begin{aligned} \varphi_P^{(0)}(x, y) = -\frac{1}{2} \int_{D_P} \left[\varphi_P^{(0)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} \log\left(\frac{1}{kr}\right) \right) \right. \\ \left. - \left(-\frac{1}{\pi} \log\left(\frac{1}{kr}\right) \right) \cdot \bar{\varphi}_P^{(0)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2-14)$$

$$\begin{aligned} \varphi_P^{(n)}(x, y) = -\frac{1}{2} \int_{D_P} \left[\varphi_P^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P r) \right) \right. \\ \left. - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P r) \right) \bar{\varphi}_P^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2-15)$$

$$\begin{aligned} \varphi_P^{(0)}(\xi', \eta') = -\int_{D_P} \left[\varphi_P^{(0)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} \log\left(\frac{1}{kR}\right) \right) \right. \\ \left. - \left(-\frac{1}{\pi} \log\left(\frac{1}{kR}\right) \right) \bar{\varphi}_P^{(0)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2-16)$$

$$\begin{aligned} \varphi_P^{(n)}(\xi', \eta') = -\int_{D_P} \left[\varphi_P^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P R) \right) \right. \\ \left. - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P R) \right) \bar{\varphi}_P^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \end{aligned} \quad (2-17)$$

但 $\bar{\varphi}_P^{(0)} = \partial \varphi_P^{(0)}(\xi, \eta) / \partial \nu$, $\bar{\varphi}_P^{(n)} = \partial \varphi_P^{(n)}(\xi, \eta) / \partial \nu$ (2-18)

又將 (2-14) ~ (2-17) 式差分可得下列和分方程式:

$$\varphi_P^{(0)}(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_P} \left[\bar{B}_{j2}^{(0)} \varphi_P^{(0)}(\xi_j, \eta_j) - B_{j2}^{(0)} \bar{\varphi}_P^{(0)}(\xi_j, \eta_j) \right] \quad (2-19)$$

$$\varphi_P^{(e)}(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_P} [\bar{B}_{Pj}^{(e)} \varphi_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j) - B_{Pj}^{(e)} \bar{\varphi}_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-20)$$

$$\varphi_P^{(e)}(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_P} [\bar{B}_{Pij}^{(e)} \varphi_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j) - B_{Pij}^{(e)} \bar{\varphi}_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-21)$$

$$\bar{\varphi}_P^{(e)}(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_P} [\bar{B}_{Pij}^{(e)} \varphi_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j) - B_{Pij}^{(e)} \bar{\varphi}_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-22)$$

但

$$B_{Pij}^{(e)} = \int_{\Delta S_j} \left(-\frac{1}{\pi} \log \left(\frac{1}{k R_{ij}} \right) \right) ds = \frac{1}{\pi} \log(k R_{ij}) \Delta S_j \quad i \neq j$$

$$= \frac{1}{\pi} \left(\log \frac{k \Delta S_i}{2} - 1 \right) \Delta S_i \quad i = j$$

$$\bar{B}_{Pij}^{(e)} = \int_{\Delta S_i} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} \log \left(\frac{1}{k R_{ij}} \right) \right) ds = \frac{1}{\pi} \frac{1}{R_{ij}} \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \Delta \xi_j \right) \quad i \neq j$$

$$= \frac{1}{2\pi} (\xi_i \eta_{jj} - \xi_{jj} \eta_i) \Delta S_i \quad i = j$$

$$B_{Pij}^{(e)} = \int_{\Delta S_j} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P R_{ij}) \right) ds = -\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P R_{ij}) \Delta S_j \quad i \neq j$$

$$= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{\bar{S}_P \Delta S_i}{4} \right) \Delta S_i \quad i = j$$

$$\bar{B}_{Pij}^{(e)} = \int_{\Delta S_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_P R_{ij}) \right) ds = \frac{1}{\pi} K_1(\bar{S}_P R_{ij}) \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \Delta \xi_j \right) \quad i \neq j$$

$$= \frac{1}{2\pi} (\xi_i \eta_{jj} - \xi_{jj} \eta_i) \Delta S_i \quad i = j \quad (2-23)$$

將 $B_{Pij}^{(e)}$, $\bar{B}_{Pij}^{(e)}$ ……各值之 (ξ_i, η_i) 以 (x, y) 取代之, 即表示 $\bar{B}_P^{(e)}$, $B_P^{(e)}$ ……各值, (ds 取負值)。

又將 (2-21) 及 (2-22) 作矩陣化可得下列關係式

$$\{\bar{\varphi}^{(e)}\}_P = \{B^{(e)}\}_P^{-1} \{\bar{B}^{(e)} + I\}_P \{\varphi^{(e)}\}_P = \{R^{(e)}\}_P \{\varphi^{(e)}\}_P \quad (2-24)$$

$$\{\bar{\varphi}^{(e)}\}_P = \{B^{(e)}\}_P^{-1} \{\bar{B}^{(e)} + I\}_P \{\varphi^{(e)}\}_P = \{R^{(e)}\}_P \{\varphi^{(e)}\}_P \quad (2-25)$$

但

$$\left. \begin{aligned} \{\varphi^{(e)}\}_P &= \varphi_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j) & \{\bar{\varphi}^{(e)}\}_P &= \bar{\varphi}_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j) \\ \{\varphi^{(e)}\}_P &= \varphi_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j) & \{\bar{\varphi}^{(e)}\}_P &= \bar{\varphi}_P^{(e)}(\xi_j, \eta_j) \end{aligned} \right\} \quad (2-26)$$

($j = 1, 2, \dots, N_P$)

$$\left. \begin{aligned} \{B^{(0)}\}_P &= B_{Pi}^{(0)} & , & & \{\bar{B}^{(0)}\}_P &= \bar{B}_{Pi}^{(0)} \\ \{B^{(s)}\}_P &= B_{Pi}^{(s)} & , & & \{\bar{B}^{(s)}\}_P &= \bar{B}_{Pi}^{(s)} \end{aligned} \right\} (i, j=1, 2, \dots, N_P) \quad (2-27)$$

$$\left. \begin{aligned} \{R^{(0)}\}_P &= \{B^{(0)}\}_P^{-1} \{\bar{B}^{(0)} + I\}_P \\ \{R^{(s)}\}_P &= \{B^{(s)}\}_P^{-1} \{\bar{B}^{(s)} + I\}_P \end{aligned} \right\} (2-28)$$

4. 各境界面上之力學條件

外域與各內域之幾何學境界面上之任意點 (ξ, η, z) 上，由於各流體領域之流體運動所引起之質量流束及能量流束必須連續，故在各境界面上，下列之條件一定被滿足。

$$\left. \begin{aligned} \partial \Phi_{out}(\xi, \eta, z) / \partial \nu &= 0 & 0 \geq z \geq -q_p h \\ \partial \Phi_{out}(\xi, \eta, z) / \partial \nu &= \partial \Phi_p(\xi, \eta, z) / \partial \nu & -q_p h \geq z \geq -h \\ \Phi_{out}(\xi, \eta, z) &= \Phi_p(\xi, \eta, z) & (p=1, 2, \dots, P^*) \end{aligned} \right\} (2-29)$$

代(2-2)，(2-12)式入上列條件式可得下列之關係式。

$$\left. \begin{aligned} [\{\bar{F}_0\}_P + \{\bar{F}_1\}_P] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \{\bar{F}_2^{(n)}\}_P \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = 0 & 0 \geq z \geq -q_p h \\ = \{\bar{\varphi}^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \{\bar{\varphi}^{(s)}\}_P \cos \bar{S}_p(z+q_p h) & -q_p h \geq z \geq -h \end{aligned} \right\} (2-30)$$

$$\left. \begin{aligned} [\{F_0\}_P + \{F_1\}_P] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \{F_2^{(n)}\}_P \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = \{\varphi^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \{\varphi^{(s)}\}_P \cos \bar{S}_p(z+g_p h) & -q_p h \geq z \geq -h \end{aligned} \right\} (2-31)$$

將(2-30)式各項分別乘以 $\cosh k(z+h)$ ， $\cos k_n(z+h)$ ， $(n=1, 2, \dots)$ ，並對 $z=-h \sim 0$ 積分，又將(2-31)式各項乘以 $\cos \bar{S}_p(z+g_p h)$ ， $(s=0, 1, 2, \dots)$ ，並對 $z=-h \sim -q_p h$ 間積分，則由於此等之直交性可得下列關係式。

$$\left. \begin{aligned} \{\bar{F}_1\}_P &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P0}}{N_0 \sinh \lambda_0} \left[\{\bar{\varphi}^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_{P0})^2} \{\bar{\varphi}^{(s)}\}_P \right] - \{\bar{F}^{(0)}\}_P \\ \{\bar{F}_2^{(n)}\}_P &= \frac{\sin \bar{\lambda}_{Pn}}{N_n \sin \lambda_n} \left[\{\bar{\varphi}^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_{P0})^2} \{\bar{\varphi}^{(s)}\}_P \right] \end{aligned} \right\} (2-32)$$

$$\left. \begin{aligned} \{\varphi^{(0)}\}_P &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P0}}{\bar{\lambda}_{P0} \cosh \lambda_0} [\{F_0\}_P + \{F_1\}_P] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_{Pn}}{\bar{\lambda}_{Pn} \cos \lambda_n} \{F_2^{(n)}\}_P \\ \{\varphi^{(s)}\}_P &= \frac{2 \sinh \bar{\lambda}_{P0}}{\bar{\lambda}_{P0} \cosh \lambda_0} \frac{1}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_{P0})^2} [\{F_0\}_P + \{F_1\}_P] \end{aligned} \right\} (2-33)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \bar{\lambda}_{Pn}}{\bar{\lambda}_{Pn} \cos \lambda_n} \cdot \frac{1}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_{Pn})^2} \{F_2^{(n)}\}_P \\
 \text{但} \quad & \lambda_0 = kh, \quad \lambda_n = k_n h, \quad \bar{\lambda}_{P0} = \bar{q}_P \lambda_0, \quad \bar{\lambda}_{Pn} = \bar{q}_P \lambda_n \\
 & N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sin 2\lambda_n} \right)
 \end{aligned} \tag{2-34}$$

代(2-9), (2-10), (2-24), (2-25)入(2-32), (2-33)式, 消去 $\{\varphi^{(0)}\}_P, \{\varphi^{(n)}\}_P, \{\bar{\varphi}^{(0)}\}_P, \{\bar{\varphi}^{(n)}\}_P$ 及 $\{\bar{F}_1\}_P, \{\bar{F}_2^{(n)}\}_P$, 可得關係 $\{F_1\}$ 及 $\{F_2^{(n)}\}$ 之連立一次方程式如下:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{P^*} [\{D_{Pj}\} - \delta_{Pj} \{Q_0^{(0)}\}_P] \{F_1\}_j - \sum_{r=1}^{\infty} \{Q_r^{(0)}\}_P \{F_2^{(r)}\}_P \\
 & = -\{\bar{F}_0\}_P + \{Q_0^{(0)}\}_P \{F_0\}_P \\
 & \{Q_0^{(n)}\}_P \{F_1\}_P - \sum_{j=1}^{P^*} \sum_{r=1}^{\infty} [\delta_{nr} \{E_{Pr}^{(n)}\} - \delta_{Pj} \{Q_r^{(n)}\}_P] \{F_2^{(r)}\}_j \\
 & = -\{Q_0^{(n)}\}_P \{F_0\}_P \\
 & \quad (p=1, 2, \dots, P^*) \quad (n=1, 2, \dots)
 \end{aligned} \tag{2-35}$$

$$\begin{aligned}
 \text{但} \quad & a_{P_0}^{(0)} = \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{\bar{\lambda}_{P_0} \cosh \lambda_0} \\
 & a_{P_r}^{(0)} = \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_r}}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_r}}{\bar{\lambda}_{P_r} \cos \lambda_r} \\
 & a_{P_0}^{(n)} = \frac{\sin \bar{\lambda}_{Pn}}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{\bar{\lambda}_{P_0} \cosh \lambda_0} \\
 & a_{P_r}^{(n)} = \frac{\sin \bar{\lambda}_{Pn}}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_r}}{\bar{\lambda}_{P_r} \cos \lambda_r}
 \end{aligned} \tag{2-36}$$

$$\begin{aligned}
 \delta_{nr} & = \begin{cases} 1 & n=r \\ 0 & n \neq r \end{cases} \quad (n, r=1, 2, 3, \dots) \\
 \delta_{Pj} & = \begin{cases} 1 & p=j \\ 0 & p \neq j \end{cases} \quad (p, j=1, 2, \dots, P^*)
 \end{aligned} \tag{2-37}$$

$$\begin{aligned}
 \{Q_0^{(0)}\}_P & = a_{P_0}^{(0)} \left[\{R^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{R^{(s)}\}_P}{\{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_{P_0})^2\}^2} \right] \\
 \{Q_0^{(n)}\}_P & = a_{P_0}^{(n)} \left[\{R^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{R^{(s)}\}_P}{\{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_{Pn})^2\} \{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_{P_0})^2\}} \right] \\
 \{Q_r^{(0)}\}_P & = a_{P_r}^{(0)} \left[\{R^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{R^{(s)}\}_P}{\{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_{P_0})^2\} \{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_{P_r})^2\}} \right]
 \end{aligned} \tag{2-38}$$

$$\{Q_r^{(n)}\}_P = a_{Pr}^{(n)} \left[\{R^{(0)}\}_P + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{R^{(s)}\}_P}{\{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_{Pn})^2\} \{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_{Pr})^2\}} \right]$$

解(2-35)式可得境界面上之 $f_1(\xi_j, \eta_j)$ 及 $f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)$ ($j=1, 2, \dots, N_1$)，由(2-7)，(2-8)式得 \bar{f}_1 及 $\bar{f}_2^{(n)}$ ，又從(2-33)式得 $\varphi_r^{(0)}$ 及 $\varphi_r^{(s)}$ ，同時從(2-24)及(2-25)式得 $\bar{\varphi}_r^{(0)}$ 及 $\bar{\varphi}_r^{(s)}$ ，又依(2-3)，(2-4)及(2-19)(2-20)式可得各領域任意點之 $f_1(x, y)$ ， $f_2^{(n)}(x, y)$ 及 $\varphi_r^{(0)}(x, y)$ ， $\varphi_r^{(s)}(x, y)$ ，即確定各領域任意點之速度勢，亦即確定各領域之流體運動。

柱狀體群附近之波高分布及反射波分布可分別由前論文⁽²⁾之(2-58)及(2-60)~(2-62)式計算。

作用於柱狀體側面之流體壓力 P_{F1} 為

$$\frac{P_{F1}}{\rho g \zeta_0} = i e^{-i\sigma t} \left[\{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \quad (2-39)$$

故其 x ， y 正方向之合力 F_{Fx} ， F_{Fy} 分別為

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{Fx}}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -\frac{i e^{-i\sigma t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^{N_P} \left[\frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_{P0}}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_{Pn}}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) \right] k \Delta \eta_j \\ \frac{F_{Fy}}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{i e^{-i\sigma t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^{N_P} \left[\frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_{P0}}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_{Pn}}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) \right] k \Delta \xi_j \end{aligned} \right\} \quad (2-40)$$

又作用於各柱狀體底面之流體壓力 P_{F2} 為

$$\frac{P_{F2}}{\rho g \zeta_0} = i e^{-i\sigma t} \left\{ \varphi_r^{(0)}(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_r^{(s)}(x, y) \right\} \quad (2-41)$$

故若將各內域之底面以 M_P 個微小面積 ΔA_r ($r=1, 2, \dots, M_P$)分割之，其中點座標為 (x_r, y_r) ，則作用於柱狀體之向上合力 F_{Fz} 為

$$\frac{F_{Fz}}{\rho g \zeta_0 h^2} = \frac{i e^{-i\sigma t}}{\lambda_0} \sum_{r=1}^{M_P} \left[\varphi_r^{(0)}(x_r, y_r) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_r^{(s)}(x_r, y_r) \right] k^2 \Delta A_r \quad (2-42)$$

5. 數值計算及結果

本文以長軸為 b ，短軸為 $a (= 0.5b)$ 之橢圓柱狀體2個存在時作為計算例，又其計算條件為 $\sigma^2 h/g = 0.5$ ， $b/h = 1.0$ ， $\omega = 45^\circ, 90^\circ$ ， $q = 0.25, 0.5$ ，柱狀體間之隔 $D_r/b = 1, 2$ 。同時在各柱狀體之境界線上各取16點， $f_2^{(n)}$ 及 $\varphi_r^{(s)}$ 之級數項數分別取 $n=3$ ， $s=2$ 。

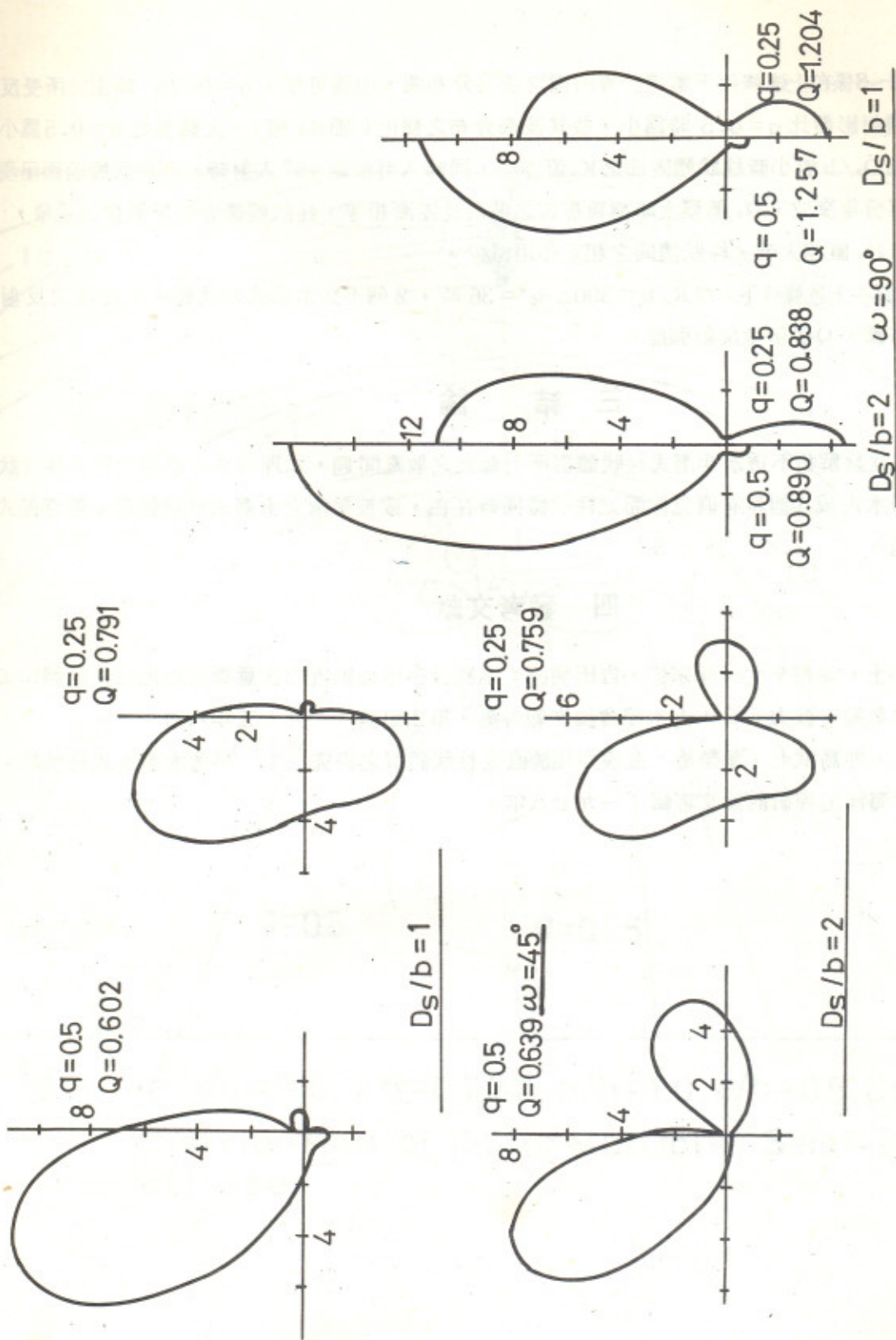


Fig. 8 $\sigma^2 h/g=0.5$, Scattering Ratio for Multiple Semi-Immersed Ellipses

- (i) Fig.2~8係在上述條件下數值計算所得之波高分布圖，由圖可知， $q=0.25$ 時由於所受反射及繞射影響比 $q=0.5$ 時為小，故其波高分布之變化（即 K_d 值），大體上比 $q=0.5$ 為小。又當 D_0/b 值小時柱狀體後面之 K_d 值亦小，同時入射波以 45° 入射時，在柱狀體前面呈現兩個部份重複波， D_0 值變大時兩重複波之波高比逐漸相等，柱狀體後面亦呈同樣之現象，此表示 D_0 值越大時，柱狀體間之相互作用減少。
- (ii) Fig.8為在上述條件下，取 $R/b=300$ ， $q^*=36$ 時，2個不透水潛式柱狀體所引起波之反射比分布圖， Q 表示全反射強度。

三 結 論

本報告說明理論解析不透水半潛式柱狀體群所引起波之散亂問題，本理論亦可應用於透水性柱狀體，半潛式及潛水式或其他持有直立側面之柱狀體同時存在，或被繫留之半潛式柱狀體群（即浮游式防波堤）等問題。

四 參考文獻

- (1) 井島武士，湯村やす，周宗仁，吉田明德：水底及び水面附近の任意断面の固定柱狀體による波の散亂と波力。日本土木學會論文報告集，第228號，一九七五年八月。
- (2) 周宗仁，井島武士，葉榮椿：波浪作用於直立柱狀體群之研究 I. 不透水潛水式柱狀體。第二次海洋工程研討論文專輯，一九七八年。

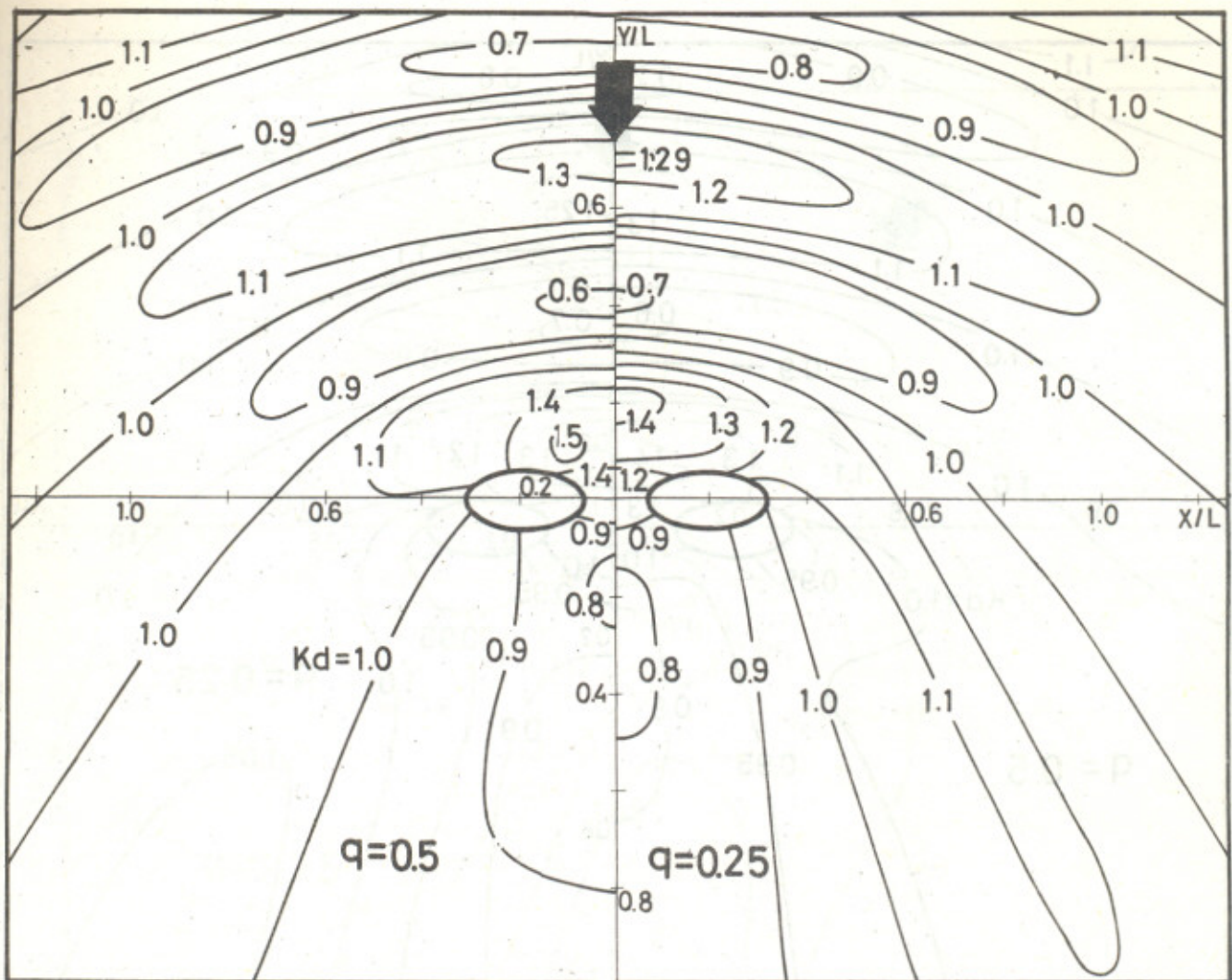


Fig.2 $\sigma^2 h/g=0.5, Kh=0.772, b/h=1.0, a/b=0.5, D_s/b=1.0$
 Distribution of K_d for Multiple Semi-Immersed
 Ellipses

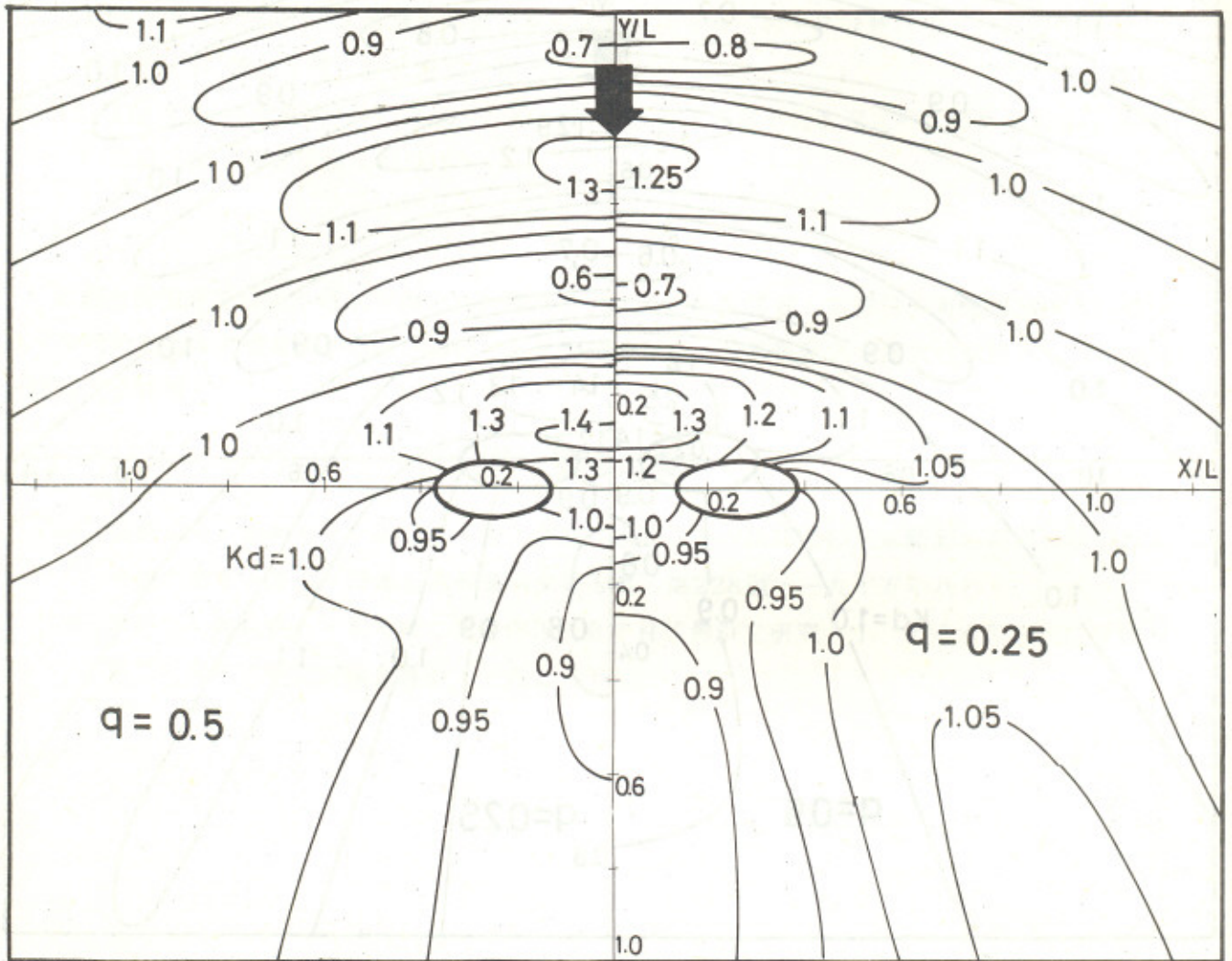


Fig. 3 $\sigma^2 h/g = 0.5, Kh = 0.772, b/h = 1.0, a/b = 0.5, D_s/b = 2.0$
 Distribution of K_d for Multiple Semi-Immersed
 Ellipses

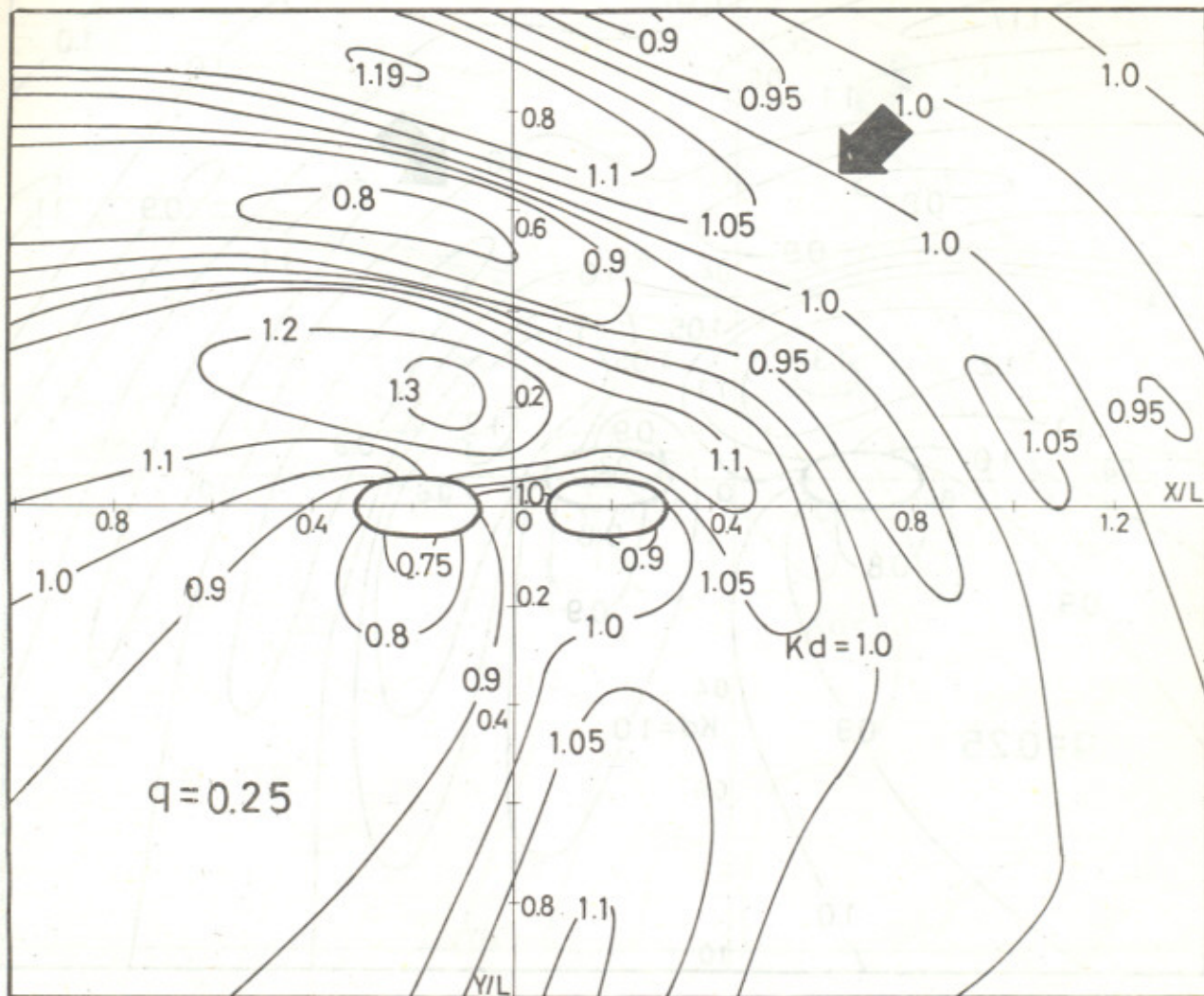


Fig.4 $\sigma^2 h/g = 0.5, Kh = 0.772, b/h = 1.0, a/b = 0.5, Ds/b = 1.0$
 Distribution of K_d for Multiple Semi-Immersed
 Ellipses

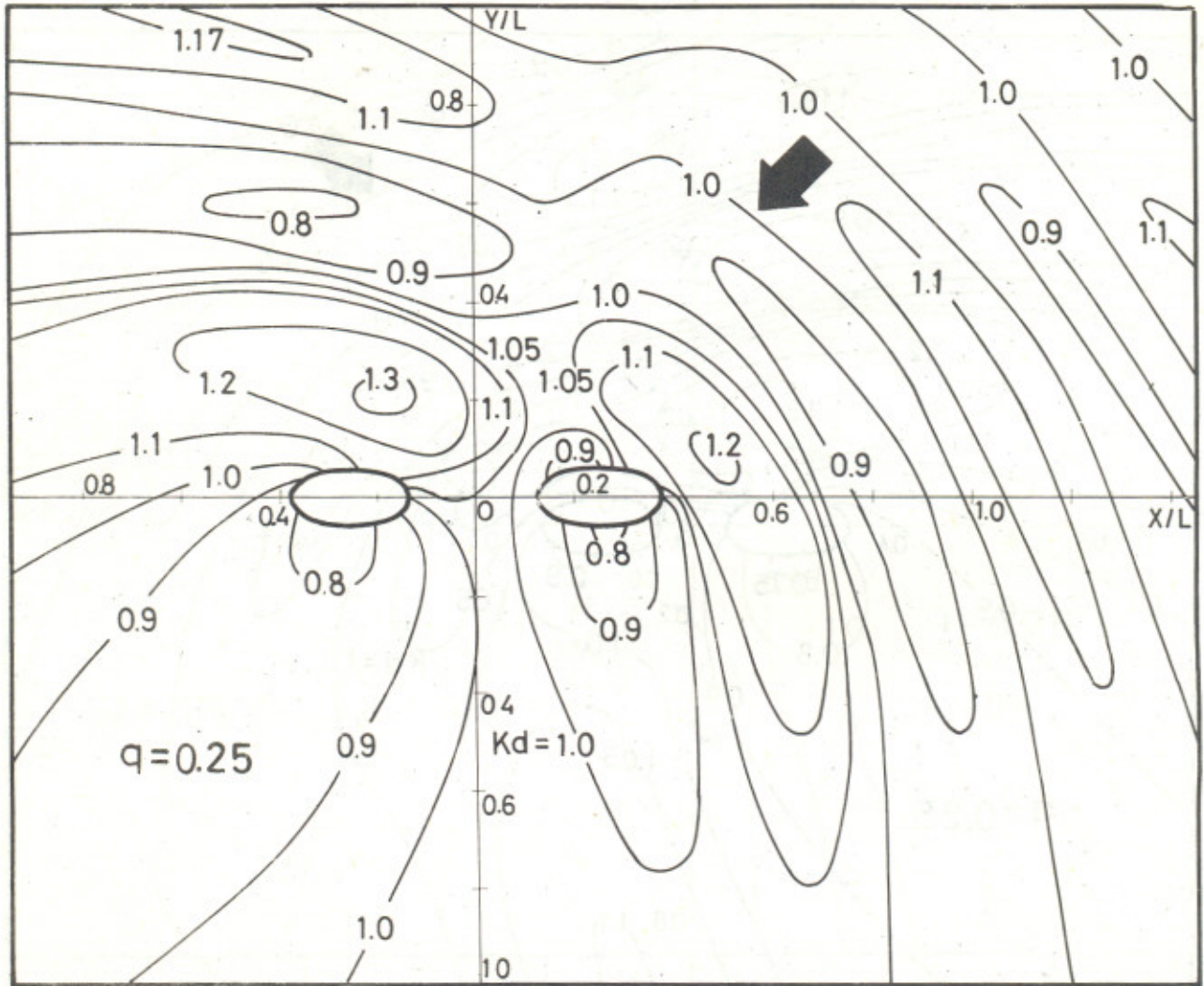


Fig.5 $\sigma^2 h/g=0.5, Kh=0.772, b/h=1.0, a/b=0.5, Ds/b=2.0$
 Distribution of K_d for Multiple Semi-Immersed
 Ellipses

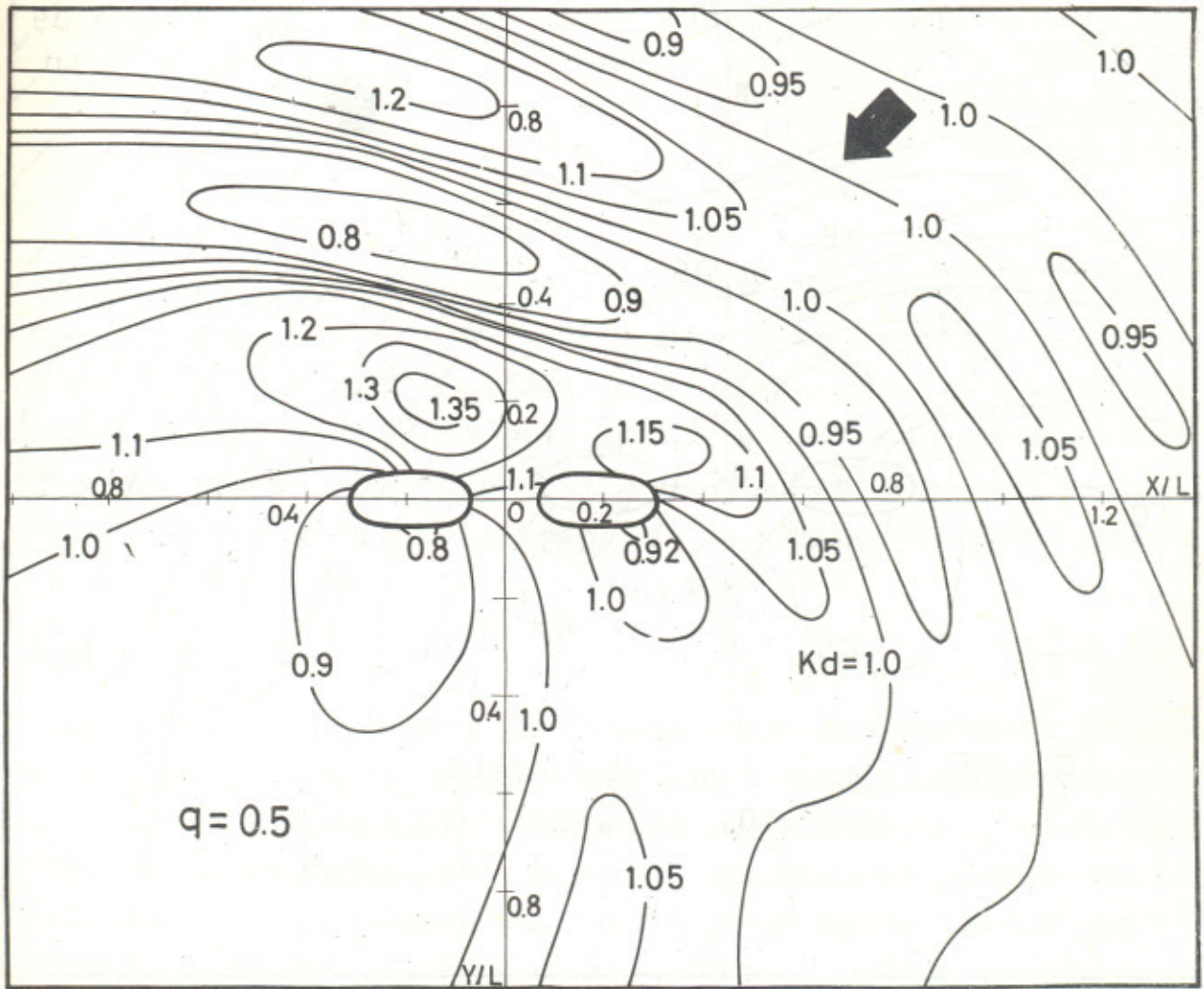


Fig.6 $\sigma^2 h/g = 0.5, Kh = 0.772, b/h = 1.0, a/b = 0.5, D_s/b = 1.0$
 Distribution of K_d for Multiple Semi-Immersed
 Ellipses

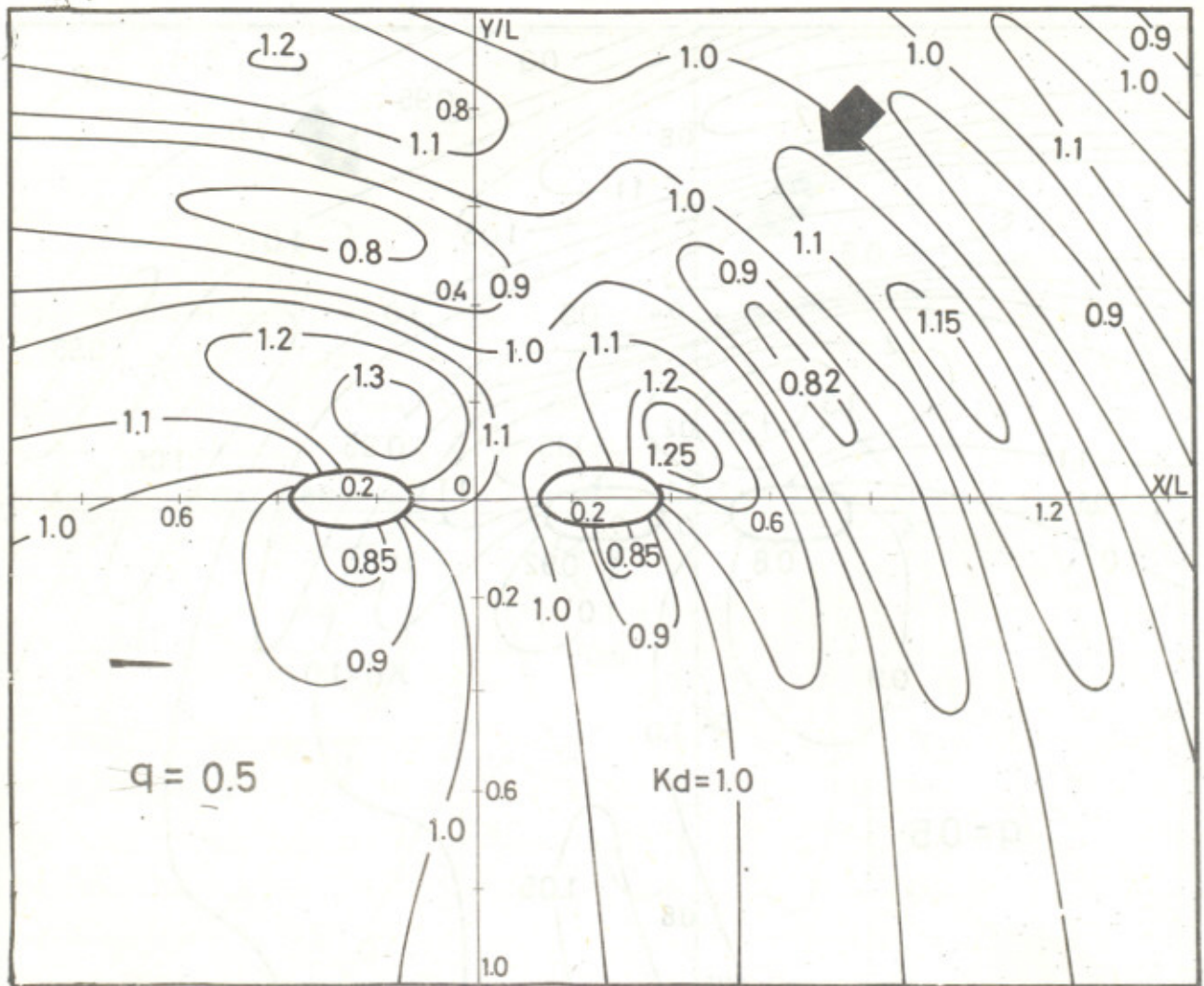


Fig.7 $\sigma^2 h/g = 0.5$, $Kh = 0.772$, $b/h = 1.0$, $a/b = 0.5$, $Ds/b = 2.0$
 Distribution of K_d for Multiple Semi-Immersed
 Ellipses