

## Froude 相似律與 Reynolds 相似律的衝突

受重力及黏性力支配的流體運動，可依 Navier-Stokes 運動方程式描述。為使原型與模型間的力學相似成立，Navier-Stokes 運動方程式相對應各項比必須相等，得



$$\frac{u_p/t_p}{u_m/t_m} = \frac{u_p^2/x_p}{u_m^2/x_m} = \frac{v_p u_p/y_p}{v_m u_m/y_m} = \frac{w_p u_p/z_p}{w_m u_m/z_m} = \frac{P_p/\rho_p x_p}{P_m/\rho_m x_m}$$

$$= \frac{\nu_p u_p/x_p^2}{\nu_m u_m/x_m^2} = \frac{\nu_p u_p/y_p^2}{\nu_m u_m/y_m^2} = \frac{\nu_p u_p/z_p^2}{\nu_m u_m/z_m^2}$$

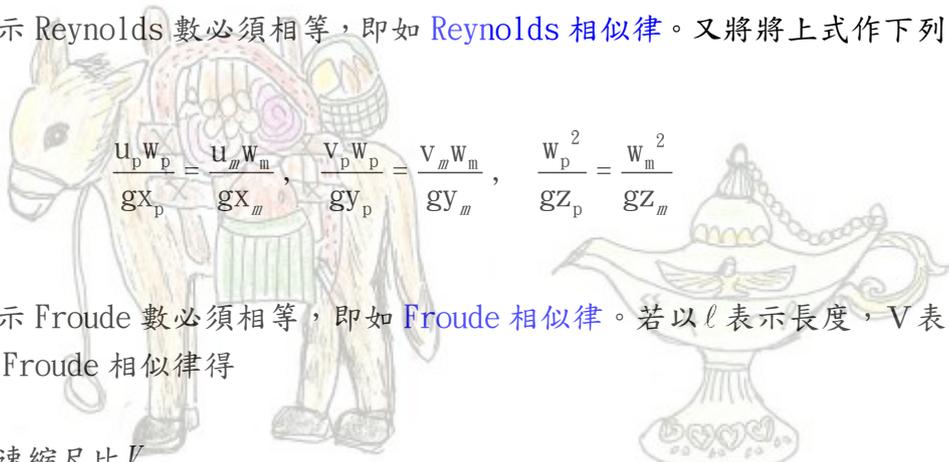
$u, v, w$  為  $x, y, z$  方向的速度分量， $P$  為壓力， $\nu$  為動黏性係數， $\rho$  為水的密度，下標  $p$  及  $m$  表示原型及模型。

將上式作下列組合， $g$  為重力加速度

2011 埃及尼羅河之旅

$$\frac{u_p x_p}{V_p} = \frac{u_m x_m}{V_m}, \quad \frac{u_p y_p}{V_p} = \frac{u_m y_m}{V_m}, \quad \frac{u_p z_p}{V_p} = \frac{u_m z_m}{V_m}$$

上式表示 Reynolds 數必須相等，即如 Reynolds 相似律。又將將上式作下列組合



$$\frac{u_p W_p}{g x_p} = \frac{u_m W_m}{g x_m}, \quad \frac{v_p W_p}{g y_p} = \frac{v_m W_m}{g y_m}, \quad \frac{W_p^2}{g z_p} = \frac{W_m^2}{g z_m}$$

上式表示 Froude 數必須相等，即如 Froude 相似律。若以  $l$  表示長度， $V$  表示速度，依 Froude 相似律得

(1) 流速縮尺比  $V_r$

$$V_r = \frac{V_p}{V_m} = \left( \frac{l_p}{l_m} \right)^{1/2}$$

(2) 時間縮尺比  $t_r$

$$t_r = \frac{t_p}{t_m} = \left( \frac{l_p}{l_m} \right)^{1/2}$$

依 Reynolds 相似律得

(1) 流速縮尺比  $V_r$

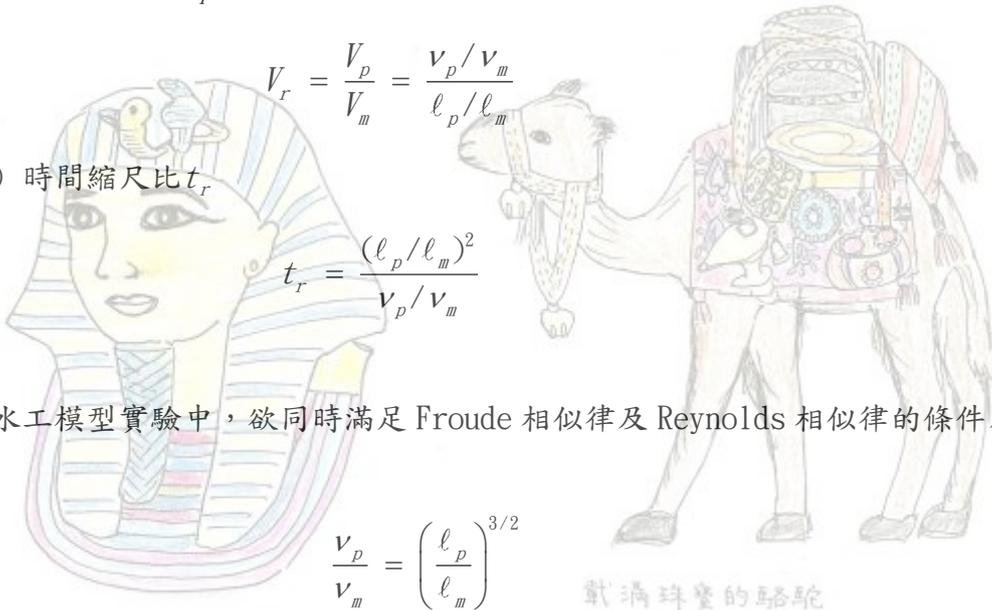
$$V_r = \frac{V_p}{V_m} = \frac{v_p/v_m}{l_p/l_m}$$

(2) 時間縮尺比  $t_r$

$$t_r = \frac{(l_p/l_m)^2}{v_p/v_m}$$

在水工模型實驗中，欲同時滿足 Froude 相似律及 Reynolds 相似律的條件為

$$\frac{v_p}{v_m} = \left(\frac{l_p}{l_m}\right)^{3/2}$$



在水工模型實驗中，覓得能滿足上式條件的模型流體，非常困難，若實驗使用水時， $\nu_m \doteq \nu_p$ ，縮尺比接近 1，即模型幾乎為實際尺寸，對平面模型實驗可說不可能，因此對 Froude 相似律及 Reynolds 相似律只好兩者擇一，通常取支配力較強的重力即滿足 Froude 相似律的條件進行模擬。

當重力與黏性力的影響等價時，應如何處理，此時因黏性的影響會出現於底面摩擦，將來可從底面摩擦的相似性加以改善，但目前尚無具體研究成果。



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈